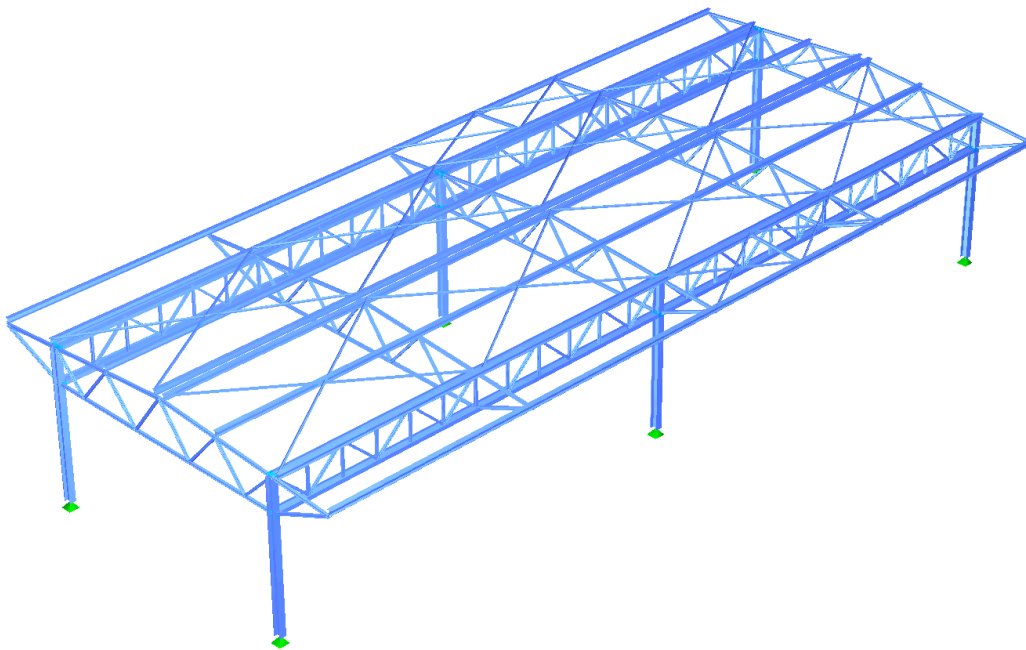


Dr.-Ing. Joachim Kretz

Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens räumlicher Stabtragwerke

Stabilitätsberechnungen nach Eurocode 3 mit EuroSta

Für eine sichere und wirtschaftliche Bemessung eines Bauwerks ist die Kenntnis des Trag- und Verformungsverhaltens der Konstruktion unverzichtbar. Da sich die einzelnen Bauteile eines räumlichen Stabtragwerks wechselseitig beeinflussen, ist das Trag- und Verformungsverhalten beliebig komplexer Bauwerke ohne genaue Analyse des Kraftflusses, d. h. des räumlichen Lastabtrags nicht oder zumindest nicht ausreichend genau zu bewerten. Hierzu sind leistungsfähige Softwarelösungen erforderlich, die das reale Bauwerk in einem statischen Modell analysieren.



Ein Maß für die Stabilitätsgefährdung eines Tragwerks ist der Verzweigungslastfaktor α_{cr} , der angibt, um welchen Wert die Normalkraft gesteigert werden kann, bis ein Stabilitätsversagen eintritt. Die zum Verzweigungslastfaktor gehörende Knickfigur zeigt die stabilitätsgefährdeten Bereiche des Bauwerks. Je nach Größe des Verzweigungslastfaktors ist die Stabilitätsgefahr zu beurteilen. Bei einem Wert kleiner 1.0 ist das System instabil; es muss durch Änderungen (Profilwahl, zusätzliche Stabilisierung) ertüchtigt werden.

Räumliche Tragsysteme mit klarem Lastabtrag lassen sich auch in Teilsysteme zerlegen und nachweisen. Bei diesem Vorgehen ist auf den Ansatz der zutreffenden Randbedingungen zu achten. Die Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens eines räumlichen Stabtragwerks unter Berücksichtigung der möglichen Stabilitätserscheinungen ist keine triviale Aufgabe für den Ingenieur. Sie erfordert ein fundiertes Wissen um die Berechnungsgrundlagen und die Kenntnis der in der verwendeten Softwarelösung enthaltenen Annahmen und Anwendungsgrenzen.

Im Folgenden werden die Grundlagen und Leistungsmerkmale des Programmpaketes EuroSta.stahl „Stabtragwerke aus Stahl“ in Bezug auf die Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens (Systemstabilität) von Stahltragwerken aufgelistet und beschrieben. Anschließend wird ein „empfohlenes“ Vorgehen zur Berechnung von stabilitätsgefährdeten Stahlkonstruktionen mit EuroSta dargestellt.

1 Berechnungsverfahren und -methoden

Als Berechnungsverfahren stehen zur Verfügung:

- **Theorie I. Ordnung**
Schnittgrößenermittlung am unverformten System
- **Theorie II. Ordnung**
Schnittgrößenermittlung am verformten System; Berücksichtigung von Imperfektionen
- **Theorie III. Ordnung**
Theorie der großen Verformungen (Seiltragwerke)
- **Stabilitätsberechnung**
Ermittlung der kritischen Laststeigerungsfaktoren, Knickfiguren

Zu den oben genannten Berechnungsverfahren steht jeweils die Option der Konstruktiven Nichtlinearität (Ausschluss von Zug- bzw. Druckkräften) zur Verfügung.

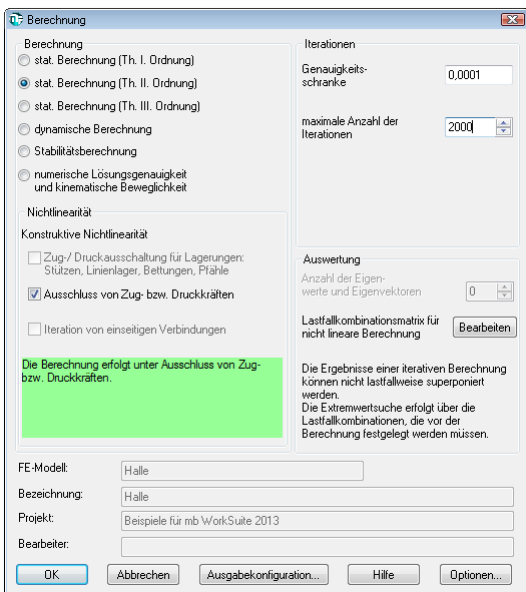


Bild 1. Berechnungsmethoden

Verzweigungslastfall α_{cr} / Knickfigur

Für eine definierte Lastkombination gibt der Lastverzweigungsfaktor an, um welchen Wert die Normalkraft (klassische Stabtheorie) gesteigert werden kann, bis ein Stabilitätsversagen eintritt. Anhand der zugehörigen Knickfigur lässt sich der stabilitätsgefährdete Bereich der Konstruktion erkennen. Sofern der Lastverzweigungsfaktor dokumentiert, dass das System instabil ist, muss der stabilitätsgefährdete Bereich gezielt verstärkt bzw. ausgesteift werden.

Konstruktive Nichtlinearität:

Ausschluss von Zug- bzw. Druckkräften

Zur Berücksichtigung konstruktiver Nichtlinearitäten sind nichtlineare Berechnungen erforderlich, da die Stäbe je nach Belastungszustand ausfallen und damit Umlagerungen in statischen System auftreten. Dieser Prozess wird solange fortgeführt, bis ein stabiler Gleichgewichtszustand unter Berücksichtigung des Ausschlusses von Zug- bzw. Druckkräften gefunden ist.

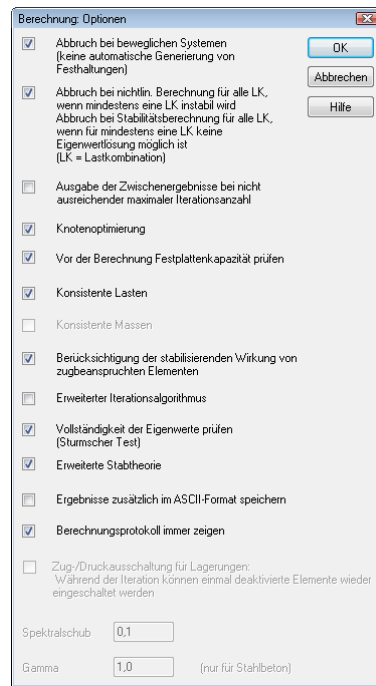


Bild 2. Berechnungsoptionen

Als Optionen für die Berechnung stehen u. a. zur Verfügung:

- Berücksichtigung der stabilisierenden Wirkung von zugbeanspruchten Elementen
- Erweiterte Stabtheorie

Stabilisierende Wirkung von zugbeanspruchten Elementen

Die im Stabtragwerk auftretenden Zugnormalkräfte können bei der Ermittlung der Knickfigur (Eigenwert der Konstruktion) berücksichtigt werden. Sie führen zu einer Stabilisierung des Systems.

Erweiterte Stabtheorie

Im Rahmen der erweiterten Stabtheorie wird nicht nur die Auswirkung der Normalkraft auf den Stab berücksichtigt (klassische Stabtheorie), sondern auch der Einfluss von Querkraften, Biege- und Torsionsmomenten. Die Berücksichtigung dieser – im Vergleich zur klassischen Stabtheorie – zusätzlichen Beanspruchung führt zu einer realistischeren Erfassung des realen Bauwerkverhaltens. Als Folge können sich bei der Anwendung der erweiterten Stabtheorie für schlanke und torsionsweiche Stabelemente kleinere Knicksicherheiten für das Gesamtsystem einstellen.

Beim Vergleich unterschiedlicher Berechnungen ist deshalb immer auf die verwendete Berechnungsgrundlage (klassische oder erweiterte Stabtheorie) zu achten.

Die Nachweise der Tragfähigkeit der Stäbe kann – in Abhängigkeit der Querschnittsklasse – entweder nach dem Verfahren EE Elastisch-Elastisch oder EP Elastisch-Plastisch nachgewiesen werden.

Die Stabilitätsnachweise (Knicknachweise) werden als Nachweise am Ersatzstab nach DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 6.3 geführt. Die zutreffenden Lagerungsbedingungen – gelten ausschließlich für die Stabilitätsnachweise – für eine evtl. vorhandene Drehbettung oder starre Stützung sind unter den Stabeigenschaften zu definieren.

Knicklängen, die in den Nachweisgleichungen des Abschnitts 6.3 des EC 3 für die einzelnen Stäbe Berücksichtigung finden, sind von Anwender festzulegen. Dabei stehen folgende Möglichkeiten zur Auswahl:

- Knicklänge = Stablänge
- Knicklänge = Knicklängenbeiwert x Stablänge
- Knicklänge = automatische Knicklängenermittlung aus der maßgebenden Knickfigur

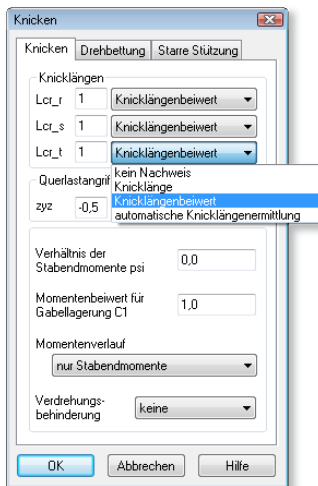


Bild 3. Definitionsmöglichkeiten zu „Knicklängen“

Bei vom Anwender vorgegebenen Knicklängen werden diese in den Stabilitätsnachweisen nach Abschnitt 6.3 des EC 3 berücksichtigt. Sofern eine automatische Knicklängenermittlung für ausgewählte oder alle Stäbe festgelegt wird, werden für diese gezielt ausgewählten Stäbe die maßgebenden Knicklängen mittels einer Stabilitätsanalyse ermittelt. Die Untersuchung der Knicklängen erfolgt pro Stab für alle möglichen Knickrichtungen. Je nach Umfang kann dies einen erheblichen Rechenaufwand bedeuten. Mit diesen Knicklängen und Knicklasten lassen sich dann die Stabilitätsnachweise auf der Grundlage des Ersatzstabverfahrens führen.

Aufgrund der vorhandenen Berechnungsgrundlagen und -optionen stehen für die Stabilitätsnachweise eines Stabtragwerkes in EuroStahl folgende Methoden gemäß DIN EN 1993-1-1, Abschnitt 5.2.2 zur Verfügung:

- **Methode b)**
Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit zusätzlichen Ersatzstabsnachweisen
- **Methode c)**
Berechnung nach Theorie I. Ordnung mit zusätzlichen Ersatzstabsnachweisen

2 Bearbeitungsempfehlung zur Berechnung von stabilitätsgefährdeten Stahlkonstruktionen mit Eurosta

Die Erfassung des wirklichkeitsnahen Trag- und Verformungsverhalten eines Tragwerks ist ein iterativer Prozess, da zunächst viele Einflussgrößen (wie maßgebende Lastkombination für Bauteil xy, Ansatz der maßgebenden Imperfektionen, tatsächliche Knicklängen der einzelnen Bauteile) noch unbekannt sind.

Im Laufe des Bearbeitungsprozesses sind die einzelnen Größen sukzessiv zu analysieren, um letztlich ein abgesichertes Ergebnis des Tragwerkverhaltens zu erzielen. Die einzelnen Bearbeitungsschritte werden auszugsweise an einem einfachen räumlichen Stabtragwerk dokumentiert. Die Betrachtung erfolgt am räumlichen System, obwohl in diesem Falle auch eine Zerlegung in Teilsysteme unter Beachtung der entsprechenden Randbedingungen möglich wäre.

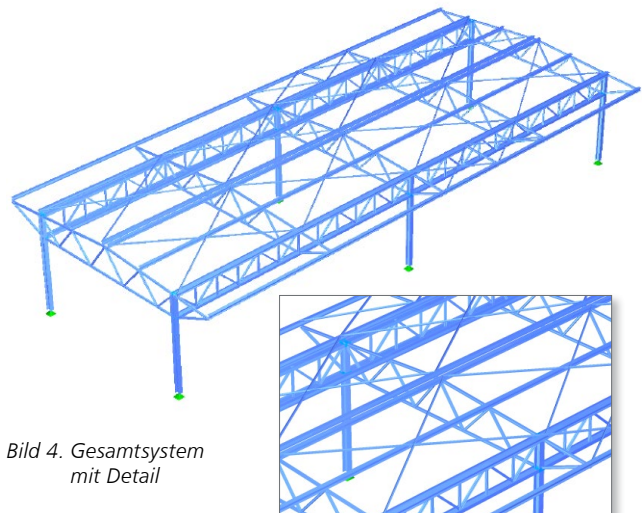


Bild 4. Gesamtsystem mit Detail

Die Dachkonstruktion des Bauwerks besteht aus Fachwerkträgern in Längs- und Querrichtung. Die Aussteifung erfolgt in Längs- sowie in Querrichtung durch Rahmensysteme, die zwischen den Fachwerkträgern und den Stützen ausgebildet werden. Die Dachfläche der allseits offenen Fachwerkkonstruktion ist mit Profilblechen eingedeckt. Belastet wird das Bauwerk infolge Eigengewicht, Wind- und Schneelasten.

Im Rahmen des neuen Konzepts der automatischen Knicklängenermittlung ab Programmversion 2013 mit gezielter Auswahl von knickgefährdeten Stäben über deren Nachweiseigenschaften werden folgende Bearbeitungsschritte empfohlen:

1. Um zunächst ein „Gefühl“ für den näherungsweise Kraftfluss im System und das Verformungsverhalten des räumlichen Tragwerks zu erhalten, ist der erste Arbeitsschritt:
 - Berechnung des Modells nach Theorie I. Ordnung bei Deaktivierung der konstruktiven Nichtlinearitäten (z.B. Ausschluss von Zug- bzw. Druckkräften)
 - Überprüfung der Plausibilität der Verformungen, Schnittgrößen und Auflagerreaktionen.
2. Führen der statischen Nachweise, aber zunächst ohne die Einstellung der automatischen Knicklängenermittlung. Es wird zunächst vereinfachend mit voreingestellten Knicklängen, i.d.R. den Positionslängen, gerechnet. Dabei wird eine – vorläufige – Matrix der Bemessungskombinationen gebildet.

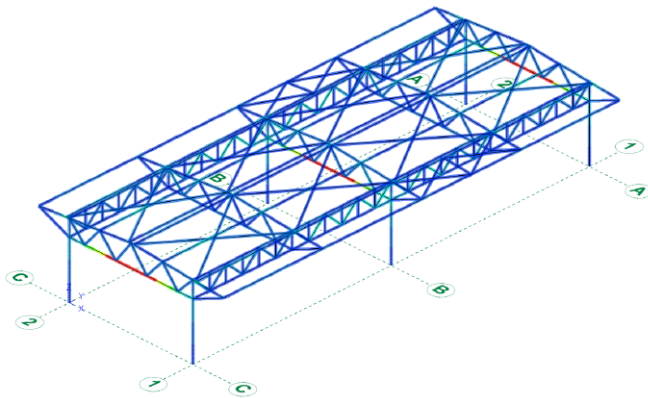


Bild 5. Bemessung mit voreingestellten Knicklängen

3. Überprüfung der stabilitätsgefährdeten Stäbe anhand der Knicknachweise und Auswahl derjenigen, für die eine automatische Knicklängenermittlung erfolgen soll.
4. Mit der definierten Bemessungskombination ist die jeweilige Systemstabilität zu berechnen. Für die Einschätzung, ob die Systemberechnung nach Theorie I. Ordnung erfolgen kann oder ob eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit Ansatz der Imperfektionen erforderlich ist, kann der Dischingertest durchgeführt werden.
5. Aus der Beurteilung der Ergebnisse der Systemstabilitätsberechnungen werden die maßgebenden Lastkombinationen mit den zugehörigen Knicksicherheiten und Knickfiguren erkannt. In dem hier betrachteten Fall ergibt sich die maßgebende Knicksicherheit und die zugehörige Knickfigur nach Bild 6. Infolge der Windsoglasten knickt der Untergurt des Fachwerkträgers senkrecht zur Fachwerkebene aus. Daraus ergeben sich Änderungen an der Modellstruktur. Der Untergurt muss entweder durch eine Profiländerung versteift oder durch eine Schrägabstützung stabilisiert werden.

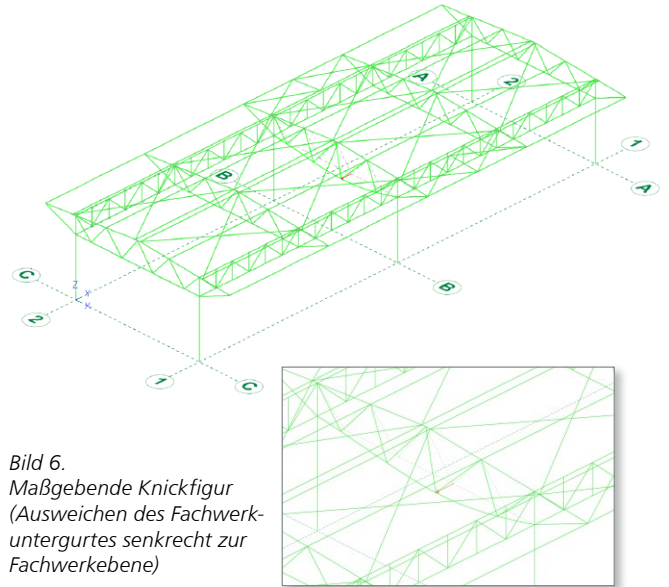


Bild 6. Maßgebende Knickfigur (Ausweichen des Fachwerkuntergurtes senkrecht zur Fachwerkebene)

Für die nachfolgenden Nachweise können die Stäbe festgelegt werden, für die eine automatische Knicklängenermittlung erfolgen soll (Selektion der höchst beanspruchten Druckstäbe).

6. Mit den vorgenommenen Änderungen sind erneut folgende Analysen durchzuführen:
 - Berechnung nach Theorie I. Ordnung ohne konstruktive Nichtlinearitäten mit anschließenden Nachweisen nach der Methode EE. Bei diesem Berechnungsvorgang werden automatisch für die selektierten Stäbe die Knicklängen ermittelt und in der Nachweisführung berücksichtigt. Die Berechnung ist abgeschlossen bei erfüllten Nachweisen, ansonsten sind Steifigkeitsveränderungen (Änderungen von Profilzuweisungen und/oder Rand- und Anschlussbedingungen) erforderlich.
 - Daran schließt sich eine erneute Stabilitätsuntersuchung infolge der evtl. neu entstandenen Lastfallkombinationen an.
7. Mit den evtl. geänderten Steifigkeiten und den neuen nichtlinearen Lastkombinationen sind die Berechnungen nach Theorie I. Ordnung oder nach Theorie II. Ordnung mit den Konstruktiven Nichtlinearitäten erneut durchzuführen. Nach Theorie II. Ordnung sind die maßgebenden Imperfektionen lastkombinationsweise zu berücksichtigen. Die Richtungen dieser Imperfektionen können automatisch über die Knickfiguren oder die Verformungsfiguren ermittelt werden (lastkombinationsweise).
8. Nun werden die Nachweise für alle maßgebenden Bemessungskombinationen mit Imperfektionen und automatischer Knicklängenermittlung durchgeführt.

Bei erfüllten statischen Nachweisen ist die Berechnung abgeschlossen, ansonsten sind die Schritte nach Steifigkeitskorrekturen erneut entsprechend vorzunehmen.

Anmerkung: Eine nichtlineare Berechnung kann unter Umständen zu einem „kontrollierten Programmabbruch“ führen. Dieser kann entweder durch ein instabiles oder ein bewegliches System verursacht sein. Instabile Systeme können durch die zuvor beschriebenen Maßnahmen verbessert werden. Eine Systembeweglichkeit kann durch Ausfall einseitig wirkender Tragglieder entstehen, z. B. Verbandskreuze unter Druckbeanspruchung, die zu kinematischen Ketten führen. Hier helfen i.d.R. Vorspannung oder Reststeifigkeiten.

3 Zusammenfassung

Sollen gezielt für ausgewählte Stäbe die Knicklänge und Knicklasten automatisch ermittelt werden, ist das zuvor geschilderte iterative Vorgehen erforderlich.

Zur Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens eines Stabtragwerkes als Gesamttragwerk ist es aber eher üblich die ersten Verzweigungslastfaktoren mit den zugehörigen Knicklängen zu ermitteln. Die ggf. kritischen Bereiche werden dann iterativ stabilisiert, bis eine ausreichende Systemstabilität gewährleistet ist.

Wird bei der Gesamtstabilitätsuntersuchung der niedrigste Verzweigungslastfaktor α_{cr} bei der Ermittlung aller Knicklängen der Stäbe angesetzt und sind damit die Ersatzstabnachweise nach DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 6.3 erfüllt, brauchen keine weiteren Stabilitätsuntersuchungen mit genauen Knicklängen der einzelnen Stäbe durchgeführt zu werden. Abgesehen von dem maßgebenden Stab, der den niedrigsten Verzweigungslastfaktor bedingt, liegen alle weiteren Knicklängenberechnungen für die weiteren Stäbe im Gesamtsystem auf der sicheren Seite.

Dr.-Ing. Joachim Kretz
mb AEC Software GmbH
mb-news@mbaec.de

Normen und Literatur

- [1] DIN EN 1990:2012-12, Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010.
- [2] DIN EN 1990/NA:2012-12, Eurocode 0: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Grundlagen der Tragwerksplanung
- [3] DIN EN 1991:2012-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke, Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau. Deutsche Fassung EN 1991-1:2002 + AC:2009
- [4] DIN EN 1991:2012-12, Eurocode 1: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke, Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau
- [5] DIN EN 1993-1-1:2010-12, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [6] DIN EN 1993-1-1/NA:2010-12, Eurocode 3: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [7] DIN EN 1993-1-8:2010-12, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen.
- [8] DIN EN 1993-1-8/NA:2010-12: Eurocode 3: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen.
- [9] Lindner, J.; Heyde, S.: Schlanke Stabtragwerke. In: Stahlbau Kalender 2009. Ernst & Sohn Verlag. Berlin 2009
- [10] Kuhlmann, U.; Zizza, A.; Stahlbaunormen: DIN EN 1993-1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. In Stahlbau Kalender 2013. Ernst & Sohn Verlag. Berlin 2013
- [11] Kretz, J.: Modellbildung und Stabilitätsberechnungen nach EC 3, mb-news Nr. 1/2013, Februar 2013.