

Dr.-Ing. Joachim Kretz

# Spannbetonbau - Spannbettbinder

## Teil 2: Grundlagen zum Spannbetonbau nach EC 2

Die Bemessung eines Spannbetontragwerkes bzw. Spannbetonbauteils soll die Tragfähigkeit desselben sicherstellen. Um dies zu erreichen, muss neben den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit auch die Kippstabilität der meist sehr schlanken Bauteile nachgewiesen und eingehalten sein. Für die Berechnung und Bemessung von Spannbetontragwerken des Hochbaus ist der Eurocode 2 Teil 1 in Verbindung mit dem zugehörigen nationalen Anhang anzuwenden. Weiterführende Hinweise zu Spannbetonkonstruktionen enthält Heft 600 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (DAfStb).



Bild: BHM Ingenieure [www.bhm-ing.com]

Die Spannbetonbauweise wird eingesetzt, um gegenüber der Stahlbetonbauweise größere Spannweiten, eine höhere Dauerfestigkeit und möglicherweise eine kostengünstigere Herstellung zu erreichen. Die Dimensionierung der Vorspannung hängt neben den Tragsicherheitskriterien vor allem von der Einhaltung der Kriterien der Gebrauchstauglichkeit ab. Angestrebte Ziele der Bemessung sind dabei die Vermeidung von Rissen sowie die Verringerung der Durchbiegung. Die Rissefreiheit hängt wiederum von der Betongüte und der Größe der Vorspannung ab. Die möglichen Risse, die im Zugbereich entstehen würden, werden eigentlich nicht vermieden, sondern durch die Vorspannkraft überdrückt, so dass sie nicht wirksam werden.

Das Problem des Kippens schlanker Träger infolge seitlichen Ausweichens des Druckgurtes, verbunden mit einer Drehung um die Längsachse wird am zutreffendsten als verformungsbeeinflusstes Traglastproblem nach Theorie II. Ordnung behandelt. Dies erfordert aufwändige nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsabminderung. Im Ergebnis lassen sich mit nichtlinearen Berechnungen schlanke Spannbetonkonstruktionen nachweisen, die gegenüber den sehr vereinfachten Regeln des EC 2 deutlich wirtschaftlichere Ausführungen ermöglichen.

## 1 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

### 1.1 Allgemeines, Anforderungsprofil

Spannbettbinder werden im Spannbett mit sofortigem Verbund hergestellt. Auf mögliche weitere Ausführungen von allgemeinen Spannbetontragwerken wie z.B. Spannbetonbauteile ohne Verbund oder mit nachträglichem Verbund wird in diesem Beitrag nicht eingegangen, sondern hierfür auf die Normung und die weiterführende Literatur verwiesen.

Die Gebrauchstauglichkeit der Spannbetontragwerke zur Sicherstellung einer ausreichenden Dauerhaftigkeit sowie eines ausreichenden Erscheinungsbildes ist durch nachfolgende Punkte nachzuweisen:

- Begrenzung der max. Betondruck- bzw. Betonzugspannungen sowie der Stahl- und Spannstahlspannungen
- Nachweis der Dekompression d.h. Ausschluss von Zugspannungen unter einem bestimmten Lastniveau
- Begrenzung der Rissbreiten
- Begrenzung der Verformungen

Die Nachweise im GZG sind mit den Gebrauchsschnittgrößen zu führen. Teilsicherheitsbeiwerte sind in diesen Kombinationen nicht zu berücksichtigen, da die charakteristischen Beiwerte als 95%-Fraktilwerte der Belastungswahrscheinlichkeit definiert sind. Bei den Einwirkungen aus Vorspannung geht es darum, günstige und ungünstige Einwirkungen zu erfassen, so dass hier obere und untere Streuwerte zu berücksichtigen sind (siehe hierzu auch Kap. 3.1.2 „Charakteristischer Wert der Vorspannung“ in [15]).

### 1.2 Ermittlung der Dehnungen und Spannungen bei Vorspannung mit sofortigem Verbund

Bei der Ermittlung der Dehnungen und Spannungen ist eine Unterscheidung hinsichtlich der möglichen Rissbildung zu treffen. Mit Hilfe der „Technischen Biegelehre“ können die Dehnungen und Spannungen einfach bestimmt werden, solange sich das Tragwerk im ungerissenen Zustand, d.h. im Zustand I befindet. Beim Aufreißen des Betons unter Zugbeanspruchung, d.h. im Zustand II sind die Spannungen und Dehnungen unter Vernachlässigung der in der Zugzone befindlichen Betonquerschnittsteile zu ermitteln.

Nachdem festgestellt ist, ob eine Spannungsermittlung auf der Grundlage ungerissener oder gerissener Querschnitte durchzuführen ist, lassen sich die inneren Spannungen und Dehnungen bei Vorspannung mit Verbund über Querschnittsbetrachtungen bestimmen. Sofern die Spannungen im Zustand I für die ungünstigste (charakteristische) Einwirkungskombination im GZG nicht den Mittelwert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  überschreiten, dürfen die Spannungen nach Zustand I ermittelt werden. Ansonsten ist Zustand II für die Spannungsermittlung zu Grunde zu legen.

### Zustand I

Im Zustand I können die Spannungen eines Spannbettbinders (sofortiger Verbund) mit den bekannten Verfahren der Technischen Biegelehre ermittelt werden. Die Gebrauchstauglichkeitsnachweise sind mit den ideellen Querschnitten d.h. mit den Betonquerschnitten unter Berücksichtigung der im Verbund liegenden Beton- und Spannstahlbewehrung zu führen.

### Zustand II

Im Spannbett wird der Spannstahl zunächst vorgedehnt, während der Beton in Höhe des Spanngliedes noch dehnungslos ist. Erst beim Lösen der Spannglieder wird die Vorspannkraft auf den Betonquerschnitt übertragen.

Zur Veranschaulichung der Dehnungs- und Spannungsverteilungen eines im Spannbett exzentrisch vorgespannten Spannbetonquerschnitts wird zunächst ein Stabelement der Länge  $\Delta x$  (Bild 1) betrachtet (Graubner et. al. in [8]).

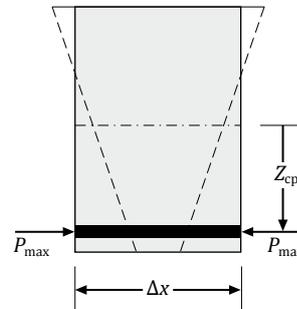


Bild 1. Definition Spannbettzustand nach [8]

Vor Übertragung der Vorspannkraft beträgt die Spannstahlspannung  $\sigma_p = P_{\max}/A_p$ . Nach dem Übertragen der Vorspannkraft auf das Betonbauteil, tritt in Höhe des Spanngliedes sofort eine elastische Stauchung auf (gestrichelte Linie in Bild 1). Dies führt zu einer Spannungsänderung im Spannstahl sowie im Beton.

$$\delta_{cp} = (P_{\max} - \Delta P) \cdot \left( \frac{1}{A_{cn}} + \frac{z_{cpn}^2}{I_{cn}} \right) \cdot \frac{\Delta x}{E_{cm}} \quad (1)$$

mit

$$A_{cn} = A_c - A_p$$

Die Verkürzung des Spannstahls ermittelt sich zu:

$$\delta_p = \frac{\Delta P \cdot \Delta x}{A_p \cdot E_p} \quad (2)$$

Wegen der Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben des Querschnitts lautet die Verträglichkeitsbedingung:

$$\delta_p = \delta_{cp} \quad (3)$$

Für  $\Delta P$  liefert die Umformung die Gleichung:

$$\Delta P = \frac{\alpha_E \cdot \rho_{pn} \cdot f_n}{1 + \alpha_E \cdot \rho_{pn} \cdot f_n} \cdot P_0 \quad (4)$$

mit

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{cm}} ; \rho_{pn} = \frac{A_p}{A_{cn}} ; f_n = 1 + \frac{A_{cn} \cdot z_{cpn}^2}{I_{cn}}$$

Die verbleibende Vorspannkraft  $P_{m0}$  im Spannstahl wird unter Berücksichtigung des Spannungsverlustes  $\Delta P$  berechnet zu:

$$P_{m0} = P_{max} - \Delta P = P_{max} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_p \cdot \rho_{pn} \cdot f_n} = -N_{cp} \quad (5)$$

Die Vordehnung zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$  ergibt sich unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Verluste zu:

$$\varepsilon_{ptm}^{(0)} = (1 + \alpha_p \cdot \rho_{pn} \cdot f_n) \cdot \frac{P_{m,t}}{E_p \cdot A_p} \quad (6)$$

Verwendet man statt der zuvor angesetzten Nettobetonquerschnitte die ideellen Querschnittswerte, so ergibt sich das gleichwertige Ergebnis der Vordehnung zum Zeitpunkt  $t$  – ohne hierzu die einzelnen Zwischenschritte vorzustellen – zu:

$$\varepsilon_{pmt}^{(0)} = \frac{1}{(1 - \alpha_p \cdot \rho_{pi} \cdot f_i)} \cdot \frac{P_{m,t}}{E_p \cdot A_p} \quad (7)$$

Die Gleichungen (6) und (7) liefern identische Ergebnisse. Der Unterschied besteht lediglich in der Art der Ermittlung der Querschnittswerte. Während Gleichung (6) auf der Berechnung mit Nettoquerschnitten basiert, bestimmt sich die Vordehnung nach Gleichung (7) mit Hilfe von ideellen Querschnittswerten.

Denkt man sich das in Bild 1 dargestellte Stabelement der Länge  $\Delta x$  aus einem beliebigen statisch unbestimmtem System herausgeschnitten, erkennt man, dass die Vordehnung der statisch bestimmten Vorspannwirkung zum Zeitpunkt  $t$  entspricht.

In einem statischen System entsprechen die statisch unbestimmten Schnittgrößen infolge Vorspannung den Schnittgrößen des Gesamtsystems infolge Vorspannung und sind deshalb immer auf der Einwirkungsseite zu berücksichtigen.

Die statisch bestimmte Wirkung einer exzentrischen Vorspannung hängt jedoch von den Verhältnissen im gerissenen Querschnitt ab. In der Literatur [8, 9] sind zur Berücksichtigung des statisch bestimmten Anteils der Vorspannung bei der Ermittlung der Spannungen und Dehnungen im Zustand II (siehe Bild 2) drei äquivalente Ansätze angegeben, die nachfolgend aufgelistet werden.

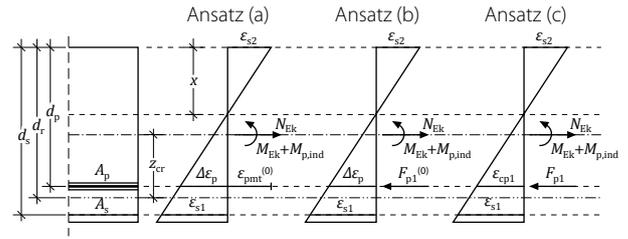


Bild 2. Berücksichtigung der statisch bestimmten Vorspannkraft bei der Ermittlung der Spannungen und Dehnungen im Zustand II nach [8]

- Ansatz der Vordehnung  $\varepsilon_{ptm}^{(0)}$  bei der Ermittlung des Dehnungszustandes des Gesamtquerschnitts, bestehend aus Betonquerschnitt, Betonstahlbewehrung und Spannstahlbewehrung.
- Ansatz der zur Vordehnung  $\varepsilon_{ptm}^{(0)}$  korrespondierenden Spanngliedkraft  $F_{p1}^{(0)} = E_p \cdot A_p \cdot \varepsilon_{ptm}^{(0)}$  in Höhe der Spanngliedlage als quasi einwirkende Schnittgröße. Für die Berechnung der Dehnungsebene des Gesamtquerschnitts ist dann die Spannstahlbewehrung als scheinbar nicht vorgespannt zu behandeln.
- Ansatz der aus Vordehnung  $\varepsilon_{ptm}^{(0)}$  und Zusatzdehnung  $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{cp1}$  resultierenden Spannkraft  $F_{p1}$  als zusätzlich einwirkende Schnittgrößen und Betrachtung eines fiktiven, nur noch mit Betonstahl bewehrten Querschnitts. Dabei ist für die Spanngliedkraft bzw. Zusatzdehnung zunächst ein Wert zu schätzen, welcher dann iterativ verbessert werden muss.

Unter Berücksichtigung der Vordehnung bzw. der korrespondierenden Ersatzbelastungen und den Einwirkungen (Schnittgrößen) auf den Querschnitt, ist unter Beachtung der Bernoulli-Hypothese ein Gleichgewichtszustand zu finden. Der Dehnungszustand des gefundenen Gleichgewichtes liefert die erf. Angaben zum Zustand I bzw. Zustand II.

### 1.3 Spannungsbegrenzungen und Spannungsnachweise

Nach Abschnitt 7.2 der DIN EN 1992-1-1 [1] sind für das nutzungsgerechte und dauerhafte Verhalten eines Spannbetonbauteils bestimmte Spannungsbegrenzungen für die verwendeten Materialien Beton und Stahl einzuhalten.

Mit der Einhaltung bestimmter Spannungsgrenzen sollen eine übermäßige Schädigung des Betongefüges sowie plastische Verformungen des Beton- bzw. Spannstahls vermieden werden. Diese Spannungsbegrenzungen sind bei vorgespannten Konstruktionen im Gegensatz zu nicht vorgespannten Konstruktionen immer nachzuweisen. Grund dafür sind die strengeren Anforderungen an die Dauerhaftigkeit von Spannbetontragwerken.

Für Spannbetonbauteile ist der Nachweis der Dekompression von zentraler Bedeutung, da dieser die Größe der Vorspannung wesentlich bestimmt und damit vor allem die Rissbildung im Querschnitt verhindert bzw. zumindest deutlich eingeschränkt werden soll.

### 1.3.1 Begrenzung der Betondruckspannungen

Hohe Betondruckspannungen unter Gebrauchslasten können die Bildung von Längsrissen fördern, zur Bildung von Mikrorissen im Beton oder zu Kriechverformungen führen. Als Folge davon könnte eine Minderung der Dauerhaftigkeit der Bauteile entstehen. Die Spannungen müssen daher begrenzt werden.

Unter der charakteristischen (seltenen) Einwirkungskombination und dem Mittelwert der Vorspannung ist folgende Beschränkung der maximalen Betondruckspannungen (für den maßgebenden Zeitpunkt  $t$ ) nachzuweisen:

$$\sigma_c \leq 0.60 \cdot f_{ck}(t) \quad (8)$$

Übersteigt die Betondruckspannung zum Zeitpunkt des Eintragens der Vorspannung den Wert

$$\sigma_c > 0.45 \cdot f_{ck}(t) \quad (9)$$

muss die Nichtlinearität des Kriechvorgangs berücksichtigt werden. Im Regelfall sollte daher die unter (10) definierte Spannungsbegrenzung bei Spannbetonbauteilen, deren Gebrauchstauglichkeit, Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit wesentlich durch das Kriechen des Betons beeinflusst werden, eingehalten werden. Unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination sollte daher zur Vermeidung überproportionaler Kriechverformungen nachfolgende Spannungsgrenze erfüllt sein:

$$\sigma_c \leq 0.45 \cdot f_{ck}(t) \quad (10)$$

Bei Spannbetonbauteilen mit Spanngliedern im sofortigen Verbund darf die Betondruckspannung zum Zeitpunkt des Übertragens der Vorspannung auf  $0.70 \cdot f_{ck}(t)$  erhöht werden, wenn aufgrund von Versuchen oder Erfahrung sichergestellt werden kann, dass sich keine Längsrisse bilden.

### 1.3.2 Begrenzung der Betonstahlspannungen

Unter Gebrauchslasten müssen die Betonstahlspannungen im elastischen Bereich bleiben, damit eine zu starke Rissbildung im Beton vermieden wird. Hierfür sollte die Zugspannung in der Betonstahlbewehrung unter der charakteristischen (seltenen) Einwirkungskombination den folgenden Wert nicht überschreiten:

$$\sigma_{s,char} \leq 0.80 \cdot f_{yk} \text{ für Last + Zwang} \quad (11)$$

$$\sigma_{s,char} \leq 1.00 \cdot f_{yk} \text{ für reinen Zwang} \quad (12)$$

Um die Spannungsbegrenzung im Betonstahl unter Zwangseinwirkungen sicherzustellen, ist weiterhin die Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite infolge Erstrissbildung vorzusehen.

### 1.3.3 Begrenzung der Spannstahlspannungen

Der Nachweis der maximalen Spannstahlspannungen auf Gebrauchslastniveau erfolgt für die quasi-ständige Einwirkungskombination und den Mittelwert der Vorspannung zum Zeitpunkt  $t = \infty$ , d.h. nach Abzug der Spannkraftverluste:

$$\sigma_{p\infty,perm} \leq 0.65 \cdot f_{pk} \quad (13)$$

Zusätzlich ist nachzuweisen, dass der Mittelwert der Spannstahlspannung unter der charakteristischen Einwirkungskombination nach dem Lösen der Verankerung (Spannbettvorspannung) in keinem Querschnitt und zu keinem Zeitpunkt den kleineren der folgenden Werte überschreitet:

$$\sigma_{pmt,char} \leq \min \begin{cases} 0.90 \cdot f_{p0,1k} \\ 0.80 \cdot f_{pk} \end{cases} \quad (14)$$

Durch diese Beschränkungen sollen nichtelastische Dehnungen unter Gebrauchslasten vermieden werden.

### 1.4 Nachweis der Dekompression

Man spricht von einer Dekompression im Spannbeton, wenn die Wirkung der eingetragenen Vorspannung bei Ansatz der Verkehrslast zum Zeitpunkt  $t = \infty$  um eine bestimmte Querschnittsachse gerade aufgehoben ist. Das wesentliche Ziel des Dekompressionsnachweises ist der besondere Korrosionsschutz der empfindlicheren Spannglieder durch Ausschließen von Rissen im Spanngliedbereich.

Zum Nachweis der Dekompression stehen zwei Nachweisführungen zur Auswahl:

- Vereinfachter Nachweis mit vollständig überdrücktem Querschnitt
- Genauer Nachweis über Grenzlinie der Dekompression

Entsprechend den Erläuterungen zum Eurocode 2 gilt:

- **Vereinfachter Nachweis:**  
Der vereinfachte Nachweis, wonach der Betonquerschnitt im Zustand I unter der jeweils maßgebenden Einwirkungskombination vollständig unter Druckspannungen steht, liegt auf der sicheren Seite. Mit einem vollständig überdrückten Querschnitt im Endzustand ist bei einer veränderlichen Lage des Spannglieds sichergestellt, dass der Beton um das Spannglied unabhängig von dessen Lage im Querschnitt unter Druckspannungen steht.
- **Genauerer Nachweis:**  
In vielen Fällen (insbesondere bei geraden Spanngliedern am Querschnittsrand) ist das Überdrücken des vom Spannglied abliegenden Querschnittsrandes zu unwirtschaftlich. Daher darf nach DIN EN 1992-1-1/NA ein genauerer Nachweis über die Dekompressionslinie im Abstand  $\max. \{100 \text{ mm} \mid h/10\}$  vom äußeren Rand des Spannglieds geführt werden. Dieser Nachweis erfolgt in der Regel im gerissenen Zustand, wobei auf der Zugseite die Rissbreitenbegrenzung entsprechend der Anforderung aus der Expositionsklasse vorzunehmen ist.

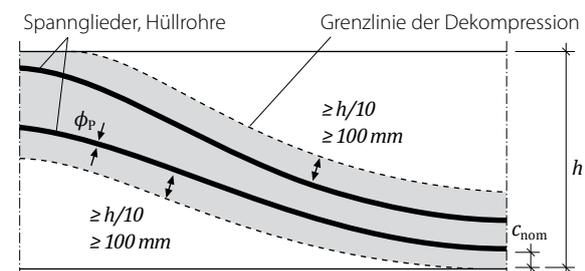


Bild 3. Grenzlinien der Dekompression nach [2]

Der Dekompressionsnachweis ergänzt den Nachweis zur Beschränkung der Rissbreite, indem er Risse im Bereich der Spannglieder rechnerisch ausschließt. Da der Dekompressionsnachweis bei vorwiegend biegebeanspruchten Bauteilen nur durch eine entsprechende Vorspannung zu erfüllen ist, sollte er als Entwurfskriterium für die Dimensionierung der erforderlichen Spannstahlmenge herangezogen werden.

**1.5 Beschränkung der Rissbreite**

Auch im Spannbeton können planmäßig Risse auftreten, wenn das Bauteil nicht voll vorgespannt ist. Grund für die Begrenzung der Rissbreite ist der Schutz des Beton- und Spannstahls vor Korrosion und die Sicherung der Dauerhaftigkeit. Wegen der größeren Empfindlichkeit von Spannstahl gelten kleinere Grenzwerte der Rissbreite als im Stahlbetonbau. Die Rechenwerte  $w_{max}$  der Rissbreite sind in Tabelle 1 in Abhängigkeit der Expositions-klasse angegeben. Diese Tabelle entspricht der Tabelle NA.7.1 der DIN EN 1992-1-1/NA [2].

Expositions-klasse	Stahlbeton und Vorspannung ohne Verbund	Vorspannung mit nachträg-lichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund	
	mit Einwirkungskombination			
	quasi-ständig	häufig	häufig	selten
X0, XC1	0,4 <sup>a</sup>	0,2	0,2	-
XC2 – XC4	0,3	0,2 <sup>b,c</sup>	0,2 <sup>b</sup>	
XS1 – XS3			Dekom-pression	0,2
XD1, XD2, XD3 <sup>d</sup>				

<sup>a</sup> Bei den Expositions-klassen X0 und XC1 hat die Rissbreite keinen Einfluss auf die Dauerhaftigkeit und dieser Grenzwert wird i. Allg. zur Wahrung eines akzeptablen Erscheinungsbildes gesetzt. Fehlen entsprechende Anforderungen an das Erscheinungsbild, darf dieser Grenzwert erhöht werden.  
<sup>b</sup> Zusätzlich ist der Nachweis der Dekompression unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination zu führen.  
<sup>c</sup> Wenn der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt wird (Hinweise hierzu in den Zulassungen der Spannverfahren), darf der Dekompressionsnachweis entfallen.  
<sup>d</sup> Beachte 7.3.1 (7)

Tabelle 1. Rechenwerte für  $w_{max}$  (mm) nach [2]

**1.5.1 Konzept der Rissbreitenbeschränkung**

Das Konzept der Rissbreitenbeschränkung umfasst folgende Maßnahmen:

- **Beschränkung der Erstrissbildung durch Anordnung einer Mindestbewehrung**  
 Die beim Aufreißen des Betons freiwerdende Zugkraft (lokal konzentriert) muss durch die Anordnung der Mindestbewehrung aufgenommen werden, ohne dass die Streckgrenze des Betonstahls überschritten wird.
- **Begrenzung der Rissbreiten im abgeschlossenen Rissbild**  
 Durch die Berücksichtigung von normbezogenen Konstruktionsregeln (Grenzdurchmesser bei Betonstählen nach Tabelle NA.7.2 [2], Höchstwerte der Stababstände zur Begrenzung der Rissbreiten nach Tabelle 7.3N [1]) wird eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Risse erreicht.

Das Nachweisverfahren des EC 2 zur Rissbreitenbeschränkung berücksichtigt Spannungumlagerungen vom Beton auf den Beton- und Spannstahl auch infolge deren unterschiedlichen Verbundverhaltens. Dies ermöglicht ein einheitliches Nachweiskonzept für Stahlbeton- und Spannbetontragwerke. Dabei wird zwischen der Erstrissbildung und dem abgeschlossenen Rissbild unterschieden.

Bei Erstrissbildung entspricht die Risslast gerade der zur Überwindung der Betonzugfestigkeit  $f_{ct,eff}$  im Zustand I notwendigen Zugkraft  $F_{cr}$ :

$$F_{cr} = f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \tag{15}$$

mit

$F_{cr}$  Zugkraft im Zustand I unmittelbar vor der Rissbildung

$f_{ct,eff}$  wirksame Betonzugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt der Erstrissbildung

$A_{ct}$  Querschnittsfläche der Betonzugzone nach Zustand I unmittelbar vor der Rissbildung

Die Betonspannungen werden an der Stelle des Risses zu Null und die Zugkraft muss vollständig auf den Stahl umgelagert werden. Über die Aktivierung der Verbundspannungen  $\tau$  wird die Risslast über eine Eintragungslänge  $l_E$  wieder in den Beton eingeleitet.

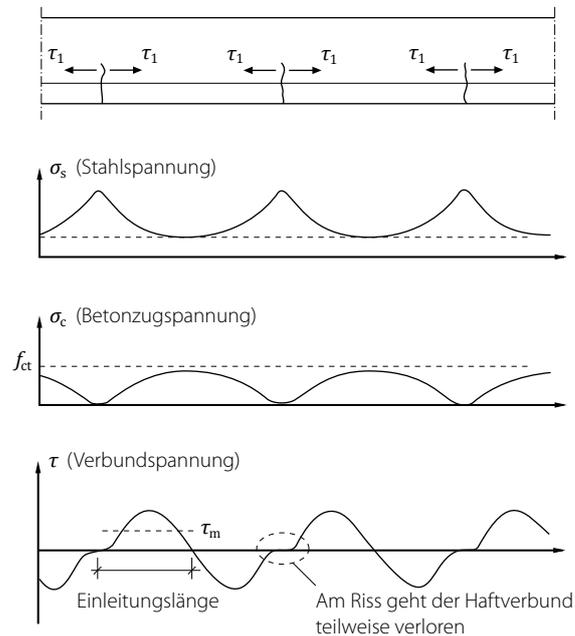


Bild 4. Prinzipieller Verlauf der Spannungen im Beton und Bewehrungsstahl bei Rissbildung nach [12]

**1.5.2 Phase der Erstrissbildung**

Betonstahl und Beton weisen am Ende der Eintragungslänge  $l_E$  die gleiche Dehnung auf, so dass gilt:

$$\epsilon_s = \epsilon_c \rightarrow \frac{F_{s1}}{E_s \cdot A_s} = \frac{F_c}{E_c \cdot A_{ct}} \tag{16}$$

mit

$F_{s1}$  Stahlzugkraft im ungerissenen Zustand

$F_c$  Betonzugkraft im ungerissenen Zustand

Weiterhin beträgt die mittlere Verbundspannung  $\tau_m$  zwischen Bewehrungsstahl und Beton:

$$\tau_m = \frac{F_c}{l_E \cdot u_s} \quad (17)$$

mit

$u_s$  Umfang des Bewehrungsstahls

Die Stahlzugkraft  $F_s$  am Erstriss ergibt sich unter Berücksichtigung der Dehnungsgleichheit aus der Summe der Kräfte im Beton  $F_c$  und Stahl  $F_{s1}$  gerade vor der Rissbildung zu:

$$F_s = F_{s1} + F_c = F_c \cdot \left(1 + \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_{ct}}\right) \quad (18)$$

Mit der Risschnittgröße  $F_{cr} = F_c$  ergibt sich:

$$F_s = \sigma_s \cdot A_s = F_{cr} \cdot \left(1 + \frac{E_s \cdot A_s}{E_c \cdot A_{ct}}\right) \quad (19)$$

$$\rightarrow \sigma_s \cdot A_s = f_{ct,eff} \cdot A_{ct} + \frac{E_s \cdot A_s}{E_c} \cdot f_{ct,eff} \quad (20)$$

Für die Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  folgt damit:

$$\begin{aligned} A_{s,min} &= \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \cdot A_{ct} \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_{ct}} \cdot \frac{E_s}{E_c}\right) \\ &= \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \cdot A_{ct} \cdot (1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_E) \end{aligned} \quad (21)$$

mit

$\rho_{eff}$  wirksamer bezogener Bewehrungsgrad  
 $\alpha_E$  Verhältnis der Elastizitätsmoduln  
 $\sigma_s$  Stahlspannung im Zustand II  
 $A_{ct}$  Fläche der Betonzugzone

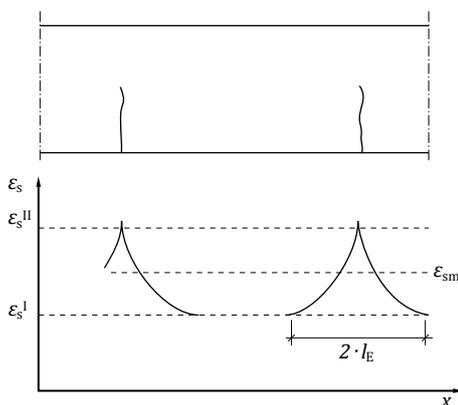


Bild 5. Prinzipieller Verlauf der Betonstahldehnungen bei Erstrissbildung nach [12]

In DIN EN 1992-1-1 ist die Mindestbewehrung nach Gleichung (7.1 aus [1]) angegeben zu:

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (\text{Gl. 7.1 aus [1]})$$

und damit

$$A_{s,min} = \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \cdot A_{ct} \cdot k_c \cdot k \quad (22)$$

Diese Formulierung entspricht der obigen Gleichung (21), wobei in der normmäßigen Formulierung nach Gl. (7.1) der Wert  $k_c$  den Spannungsgradienten ausdrückt. Zusätzlich zum Beiwert für den Spannungsgradienten ist in dem normativen Nachweis der Beiwert  $k$  zu beachten. Die normativen Bestandteile in der Gleichung zur Mindestbewehrung werden nachfolgend angegeben.

In Gleichung (7.1) der DIN EN 1992-1-1 bedeuten:

$A_{s,min}$	Mindestbewehrung der Betonstahlbewehrung innerhalb der Zugzone
$\sigma_s$	Absolutwert der maximal zulässigen Spannung in der Betonstahlbewehrung unmittelbar nach der Rissbildung
$f_{ct,eff}$	wirksame Zugfestigkeit des Betons zum betrachteten Zeitpunkt $t$
$k$	Beiwert zur Berücksichtigung von nicht-linear verteilten Betonzugspannungen und weiteren risskraftreduzierenden Einflüssen
$k_c$	Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung innerhalb des Querschnitts vor der Erstrissbildung sowie der Änderung des inneren Hebelarms

Zur detaillierten Beschreibung der einzelnen Beiwerte siehe EC 2 [1].

### 1.5.3 Phase der abgeschlossenen Rissbildung

Eine weitere Laststeigerung über die Risslast hinaus bewirkt, dass zwischen den bereits vorhandenen Rissen die mittlere Betonzugfestigkeit solange überschritten wird, wie die Stahlzugkraft in den Beton über Verbundspannungen eingeleitet werden kann. Der minimale Rissabstand beträgt  $l_E$ , der maximale Rissabstand ergibt sich zu  $2 \cdot l_E$ .

Für den möglichen Rissabstand  $s_m$  stellt sich damit folgende Länge ein:

$$l_E \leq s_m \leq 2 \cdot l_E \quad (23)$$

Dabei liefert der größte Wert  $s_m = 2 \cdot l_E$  die größte Rissbreite und wird damit für den Rissbreitennachweis maßgebend.

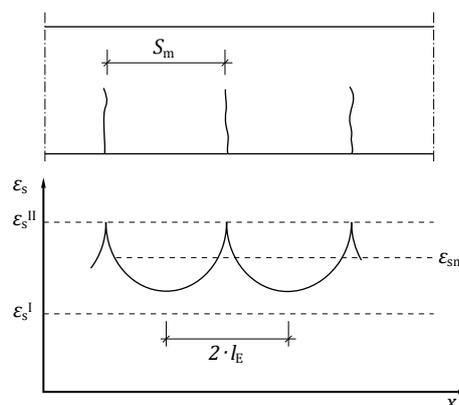


Bild 6. Prinzipieller Verlauf der Betonstahldehnungen bei abgeschlossener Rissbildung nach [12]



Unter Berücksichtigung der mittleren Verbundspannung  $\tau_m$  für die Lasteinleitung ergibt sich mit:

$$F_{cr} = \tau_m \cdot u_s \cdot l_E = f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (24)$$

die Eintragungslänge  $l_E$  zu:

$$l_E = \frac{f_{ct,eff} \cdot \phi_s}{4 \cdot \tau_m \cdot \rho_{eff}} \quad (25)$$

Aus Versuchen ist bekannt, dass gilt:

$$\tau_m \approx 1.8 \cdot f_{ct,eff} \quad (26)$$

Daraus folgt für den maximalen Rissabstand:

$$s_{max} = 2 \cdot l_E \approx \frac{\phi_s}{3.6 \cdot \rho_{eff}} \quad (27)$$

Das Produkt aus Rissabstand  $s_m$  und der Dehnungsänderung von Beton zu Stahl beschreibt die mittlere Rissbreite  $w_m$ . Es ist:

$$w_m = s_m \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (28)$$

Die mittleren Dehnungen von Stahl und Beton betragen:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^{II} - \beta_t \cdot \frac{F_{cr}}{E_s \cdot A_s} \quad \text{und} \quad \varepsilon_{cm} = \beta_t \cdot \frac{F_{cr}}{E_c \cdot A_{ct}} \quad (29)$$

Mit dem Völligkeitsbeiwert  $\beta_t = 0.40$  ergibt sich die Dehnungsdifferenz zu:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0.40 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_{eff}) \quad (30)$$

Die (mittlere) Rissbreite  $w_m$  ermittelt sich mit dem Ansatz von  $(1 + \alpha_E \cdot \rho_{eff} \approx 1.0)$  zu:

$$w_m \approx \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - 0.40 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \right) \cdot \frac{\phi_s}{3.60 \cdot \rho_{eff}} \quad (31)$$

Analysiert man die Gleichung (31) der mittleren Rissbreite  $w_m$ , ist festzustellen, dass bei gleichem Bewehrungsgehalt kleinere Bewehrungsdurchmesser zu einer kleineren mittleren Rissbreite führen.

Wird Gleichung (31) für eine fest vorgegebene Rissbreite nach dem Stabdurchmesser umgestellt, folgt:

$$\phi_s = \frac{3.60 \cdot w_m \cdot \rho_{eff} \cdot E_s}{\sigma_s - 0.40 \cdot (f_{ct,eff} / \rho_{eff})} \quad (32)$$

Unter Berücksichtigung des Mindestbewehrungsgrades für die Risschnittgröße  $\rho_{eff} = f_{ct,eff} / \sigma_s$  folgt für den Stabdurchmesser:

$$\phi_s = \frac{6 \cdot w_m \cdot E_s \cdot f_{ct,eff}}{\sigma_s^2} \quad (33)$$

In DIN EN 1992-1-1 [1] sind auf der Grundlage der Gl (33) vereinfachte Tabellen für den Grenzdurchmesser erstellt worden. Darin ist der Grenzdurchmesser in Abhängigkeit der Stahlspannung und der Rissbreite angegeben (siehe Tabelle NA.7.2 aus [2]).

$\sigma_s^b$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Grenzdurchmesser bei Betonstählen $\phi_s^{*a}$ [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	54	41	27
200	35	26	17
240	24	18	12
280	18	13	9
320	14	10	7
360	11	8	5
400	9	7	4
450	7	5	3

<sup>a</sup> Die Werte der Tabelle NA.7.2 basieren auf den folgenden Annahmen:

Grenzwerte der Gleichungen (7.9) und (7.11)  
mit  $f_{ct,eff} = 2,9$  N/mm<sup>2</sup> und  $E_s = 200.000$  N/mm<sup>2</sup>

$$\sigma_s = \sqrt{w_k \frac{3,48 \cdot 10^6}{\phi_s^2}}$$

<sup>b</sup> unter der maßgebenden Einwirkungskombination

Tabelle 2. Grenzdurchmesser bei Betonstählen  $\phi_s$  (mm) nach [2]

Alternativ zur Einhaltung der Grenzdurchmesser können auch die Stababstände begrenzt werden. Drückt man in Gleichung (31) zur Ermittlung der mittleren Rissbreite  $w_m$  den effektiven Bewehrungsgrad durch die Bewehrungsmenge bezogen auf den Stababstand  $s$  aus (für einlagige Bewehrung), so erhält man den maximalen Stababstand  $s$  nach folgender Gleichung:

$$s = \frac{3.60 \cdot \pi \cdot f_{ct,eff} \cdot w_m^2 \cdot E_s^2}{d_1 \cdot \sigma_s^3} \quad (34)$$

unter Ansatz von:

$$\rho_{eff} = \frac{a_s}{h_{eff}}, \quad a_s = \frac{\pi \cdot \phi_s^2}{4 \cdot s} \quad \text{und} \quad h_{eff} = 2.50 \cdot d_1$$

Die Höchstwerte der Stababstände  $s$  in (mm) sind für  $d_1 \approx 4$  cm in DIN EN 1992-1-1 [1] in Tabelle 7.3 N als normative Regelung angegeben.

Stahlspannung <sup>2</sup> [N/mm <sup>2</sup> ]	Höchstwerte der Stababstände [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	–
360	100	50	–

Tabelle 3. Höchstwerte der Stababstände  $s$  nach [1]

Mit den zuvor beschriebenen Maßnahmen zur Rissbreitenbeschränkung kann einerseits die erforderliche Mindestbewehrung bei Erstrissbildung bestimmt werden. Andererseits kann die Rissbreite nach abgeschlossener Rissbildung durch die angegebenen normativen Konstruktionsregelungen zum Grenzdurchmesser und/oder zum Höchstabstand der Bewehrungsstäbe begrenzt werden.

Eine abgeschlossene Rissbildung liegt dann vor, wenn sich unter dem Beanspruchungsniveau infolge Last und/oder Zwang keine weiteren Risse mehr im Bauteil bilden können. In diesem Fall erreichen die zwischen den Rissen über Verbund aufgebauten Betonzugspannungen nicht mehr die Betonzugfestigkeit.

**1.6 Begrenzung der Verformungen**

Die Verformungen eines Tragwerks oder eines Bauteils dürfen weder die ordnungsgemäße Funktion noch das Erscheinungsbild des Bauteils beeinträchtigen.

**1.6.1 Allgemeines zur Verformungsberechnung**

Die Durchbiegung eines vorgespannten Bauwerks oder Bauteils kann oft am ungerissenen Querschnitt berechnet werden, da die Querschnitte unter den quasi-ständigen Lasten normalerweise im Zustand I verbleiben. Ist jedoch mit einem – wenn auch nur bereichsweise – Aufreißen des Querschnitts zu rechnen, sind die Verformungen unter Berücksichtigung des resultierenden Steifigkeitsabfalls zu berechnen.

Die Durchbiegung eines Bauteils (z.B. Spannbettbinder) lässt sich aus der Biegelinie durch eine numerische Doppelintegration unter Beachtung der Randbedingungen bestimmen.

$$v = \iint \left(\frac{1}{r}\right) ds ds + c_1 \cdot s + c_2 \tag{35}$$

Im Abschnitt 7.4.3 der DIN EN 1992-1-1 sind grundlegende Angaben zum Nachweis der Begrenzung der Verformungen mit direkter Berechnung angegeben.

**1.6.2 Zur Berechnung der Verformungen**

Die Verformungen von Bauteilen, bei denen Risse zu erwarten sind, liegen zwischen denen im Zustand I und Zustand II. Für überwiegend biegebeanspruchte Bauteile kann der Mittelwert der Krümmung nach Holst [13] durch nachfolgende Gleichung beschrieben werden:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_m = \zeta \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{II} + (1 - \zeta) \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_I + \left(\frac{1}{r}\right)_{cs} \tag{36}$$

Die einzelnen Krümmungsanteile ermitteln sich hierbei zu:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{r}\right)_I &= \frac{M}{E \cdot I_I} && \text{Krümmung im Zustand I} \\ \left(\frac{1}{r}\right)_{II} &= \frac{\epsilon_s}{d - x} && \text{Krümmung im Zustand II} \\ \left(\frac{1}{r}\right)_{cs} &= \frac{\epsilon_{cs} \cdot \alpha_E \cdot S}{I} && \text{Krümmung infolge Schwinden} \end{aligned}$$

Die Bezeichnungen und Abmessungen des Querschnitts sind Bild 7 zu entnehmen.

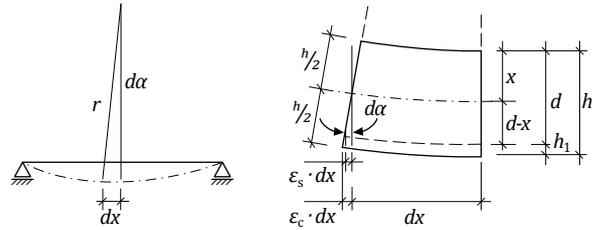


Bild 7. Verformung am Element dx infolge Durchbiegung nach [13]

Für den Verteilungswert  $\zeta$  gilt:

$$\begin{aligned} \zeta = 0 & \quad \text{im ungerissenen Zustand} \\ \zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 & \quad \text{im gerissenen Zustand} \end{aligned}$$

Der Koeffizient  $\beta$ , der den Einfluss der Belastungsdauer und der Lastwiederholung berücksichtigt, ist nach EC 2 anzusetzen mit:

$\beta = 1.0$	bei Kurzzeitbelastung
$\beta = 0.5$	bei Langzeitbelastung oder vielen Zyklen sich wiederholender Belastungen
$\sigma_s$	Spannung in der Zugbewehrung im Zustand II
$\sigma_{sr}$	Spannung in der Zugbewehrung im gerissenen Querschnitt bei Erstrissbildung
$\epsilon_{cs}$	freie Schwinddehnung
$S$	statisches Moment der Bewehrung
$\alpha_E$	$E_s / E_{c,eff}$ Verhältnis der Elastizitätsmoduln

Für die kriecherzeugende Beanspruchung ist die Gesamtverformung unter Berücksichtigung des Kriechens mittels des effektiven Elastizitätsmoduls nach Gleichung (37) zu bestimmen:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \tag{37}$$

mit

$\varphi(\infty, t_0)$  die für die Last und das Zeitintervall maßgebende Kriechzahl

Entsprechend EC 2 Abschnitt 7.4.3 (7) ist ein genaueres Verfahren zur Berechnung der Durchbiegung, d.h. die Krümmungen entlang des Bauteils an einer Vielzahl von Schnitten zu berechnen und anschließend die Durchbiegung entsprechend Gl. (36) durch numerische Integration zu bestimmen. Als genaueste Berechnung kann alternativ mit einem leistungsfähigen Programm auch eine geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung durchgeführt werden.

**2 Grenzzustand der Tragfähigkeit**

**2.1 Allgemeines**

Da sich die Bemessung von Spannbetonbauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Allgemeinen nicht von der Bemessung im Stahlbetonbau unterscheidet, werden nachfolgend nur die Besonderheiten für die Nachweise des Spannbetons erläutert.

## 2.2 Duktiles Bauteilverhalten / Robustheitsbewehrung

Ein Versagen ohne Vorankündigung darf bei Spannbetontragwerken nicht auftreten. Um dies zu verhindern, fordert der EC 2 die Gewährleistung eines duktilen Bauwerksverhaltens und verlangt bei Spannbetontragwerken im Allgemeinen die Anordnung einer Mindestbewehrung aus Betonstahl (Robustheitsbewehrung) nach DIN EN 1992-1-1/NA, NDP zu 9.2.2.1.1. Die Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens ist für das Rissmoment (bei Vorspannung ohne Anrechnung der Vorspannkraft) mit dem Mittelwert der Zugfestigkeit des Betons  $f_{ctm}$  nach Tabelle 3.1 [1] und einer Stahlspannung  $\sigma_s = f_{yk}$  zu berechnen.

## 2.3 Nachweis für Biegung mit Längskraft

### 2.3.1 Grundlagen

Der im Grenzzustand der Tragfähigkeit abzusichernde Bruch des Bauteils kann eintreten durch:

- Erreichen der Betondruckfestigkeit
- Erreichen der kritischen Dehnung des Stahls (bei schwächer bewehrten Querschnitten)

Folgende Voraussetzungen werden für die Bemessung von Spannbetontragwerken getroffen:

- Ebenbleiben der Querschnitte
- Vollkommener Verbund für das Zusammenwirken von Beton und Bewehrung
- Vernachlässigung der Betonzugfestigkeit
- Ansatz einer vereinfachten Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton, Baustahl und Spannstahl
- Grenzdehnung im Betonstahl:  $\epsilon_{ud} = 0.025$
- Berücksichtigung der Vordehnung in Spanngliedern bei der Spannungsermittlung (Grenzdehnung im Spannstahl  $\epsilon_{ud} = \epsilon_p^{(0)} + 0.025 \leq 0.90 \cdot \epsilon_{uk}$ )
- Beschränkung der Betonstauchungen auf  $-2.00\%$  bei reinem Längsdruck bzw.  $-3.50\%$  für Biegung und Längsdruck.

Bild 8 zeigt die einer Bemessung zugrundeliegende rechnerische Spannungs-Dehnungs-Linie des Spannstahls.

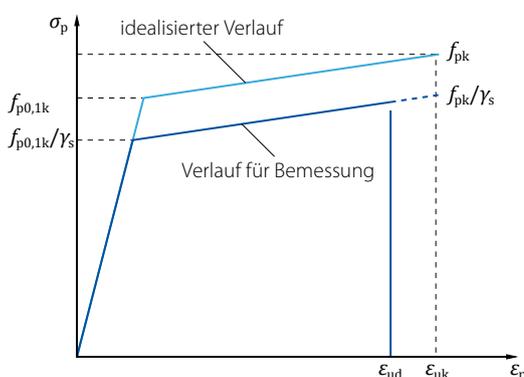


Bild 8. Rechnerische Spannungs-Dehnungs-Linie des Spannstahls nach [8]

### 2.3.2 Vorspannung mit Verbund

Der statisch bestimmte Anteil aus der Vorspannung mit Verbund kann mit verschiedenen Methoden / Ansätzen (siehe Kapitel 1.2) in der Biegebemessung berücksichtigt werden, die alle zum gleichen Ergebnis führen. Es ist zunächst die Bezugsachse und somit der innere Hebelarm in Abhängigkeit der vorhandenen Bewehrung festzulegen. Nach [8] ist der gebräuchlichste Weg, den statisch bestimmten Anteil der Vorspannwirkung zu berücksichtigen, durch Ansatz (a) beschrieben (siehe Bild 2), bei dem die Vordehnung  $\epsilon_p^{(0)}$  auf der Seite des Querschnittswiderstandes berücksichtigt wird. Die entsprechende Vorgehensweise wird nachfolgend kurz erläutert, ohne auf Details der Herleitung einzugehen.

Infolge der Grundkombination der Einwirkungen werden die Schnittgrößen des Gesamtquerschnitts zunächst auf die Schwerachse der Spannbewehrung bezogen:

$$M_{Eds} = M_{Ed} + M_{p,ind} - N_{Ed} \cdot z_{cp} \quad (38)$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (39)$$

Aus der Gleichgewichtsbetrachtung erhält man den erforderlichen Spannstahlquerschnitt  $A_{p,req}$  zu:

$$A_{p,req} = \frac{1}{\sigma_{pd}} \cdot \left( \frac{M_{Eds}}{\zeta \cdot d_p} + N_{Ed} \right) \quad (40)$$

Unter Berücksichtigung der Vordehnung ergibt sich die Spannstahlspannung nach Gl. (41):

$$\sigma_{pd} = E_p \cdot (\epsilon_p^{(0)} + \Delta\epsilon_p) \leq \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s} = \sigma_{py} \quad (41)$$

Die Gleichung (41) enthält noch die unbekannte Zusatzdehnung  $\Delta\epsilon_p$  und den bezogenen inneren Hebelarm  $\zeta$ . Diese können in Abhängigkeit des bezogenen Moments  $\mu_{Eds}$  z.B. mit einem allgemeinen Bemessungsdiagramm bestimmt werden.

Sofern der erforderliche Spannstahlquerschnitt  $A_{p,req}$  größer als der vorhandene Querschnitt  $A_{p,prov}$  ist, kann die Differenz mit Betonstahl nach Gleichung (42) abgedeckt werden.

$$\Delta A_{s,req} = (A_{p,req} - A_{p,prov}) \cdot \frac{\sigma_{pyd} \cdot z_p}{f_{yd} \cdot z_s} \quad (42)$$

## 2.4 Querkraft und Torsion

Bei der Schubbemessung ergeben sich prinzipiell keine Unterschiede zwischen Spannbetonbauteilen und Stahlbetonbauteilen. Eine Längsvorspannung führt nach [8] immer zu einer Reduzierung der Schubbewehrung und zu einer Erhöhung der Druckstrebenbeanspruchung.

Insbesondere ist die Wirkung der gegenüber der Bauteillängsachse geneigten Spannglieder auf die Querkrafttragfähigkeit zu berücksichtigen. Die lotrechten Komponenten der Spanngliedkräfte  $V_{pd}$  übernehmen Anteile der Querkraft des Gesamtquerschnitts  $V_{Ed0}$ .

Die auf den Betonquerschnitt wirkende Querkraft  $V_{Ed}$  ergibt sich für den allgemeinen Fall der veränderlichen Querschnittshöhe und geneigter Spanngliedführung zu:

$$V_{Ed} = V_{Ed0} - V_{ccd} - V_{td} - V_{pd} \quad (43)$$

mit

$V_{Ed0}$	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft im Gesamtquerschnitt (d. h. einschl. statisch unbestimmter Vorspannwirkung)
$V_{ccd}$	Bemessungswert der Querkraftkomponente in der Biegedruckzone
$V_{td}$	Querkraftkomponente von $F_{Sd}$

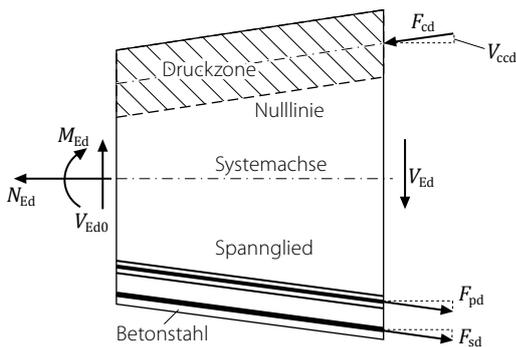


Bild 9. Querkraftanteile für den allgemeinen Fall der veränderlichen Querschnittshöhe und geneigten Spanngliedern nach [8]

### 3 Bauliche Durchbildung

#### 3.1 Allgemeines

Auf die Einhaltung konstruktiver und ausführungstechnischer Regeln sollte besonders zur Vermeidung von Schäden geachtet werden. Zur baulichen Durchbildung sind in DIN EN 1992-1-1 [1] im Abschnitt 8.10 Regeln zur Anordnung und zur Krafteinleitung für Spannglieder enthalten.

Der horizontale und vertikale lichte Mindestabstand einzelner Spannglieder gemäß Bild 10 (entspricht Bild 8.14 aus [1]) ist in der Regel einzuhalten.

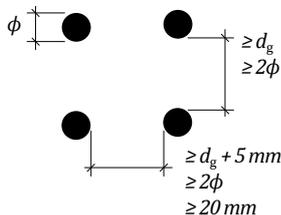


Bild 10. Lichter Mindestabstand für Spannglieder mit sofortigem Verbund nach [1]

#### 3.2 Mindestoberflächenbewehrung

Vorgespannte Bauteile sind an allen Oberflächen mit einer orthogonalen Netzbewehrung zu versehen. Durch diese konstruktive Bewehrung sollen breite Risse infolge rechnerisch nicht berücksichtigter Eigenspannungen, die sich ungünstig auf die Dauerhaftigkeit eines Spannbetonbauteils auswirken können, vermieden werden. Diese Oberflächenbewehrung ist nicht zu der Mindestbewehrung (Robustheitsbewehrung) oder zur Rissbreitenbeschränkung zu addieren. Sie darf aber auf die statisch erforderliche Bewehrung angerechnet werden, wenn die Regelungen für die Anordnung und Verankerung dieser Bewehrung erfüllt sind.

### 3.3 Verankerung von Spanngliedern mit sofortigem Verbund

Im Spannbett vorgespannte Fertigteile werden üblicherweise mit geradlinigen Spanndrähten oder Litzen mit sofortigem Verbund hergestellt. Die Kraftübertragung vom Spannstahl auf den Beton erfolgt ausschließlich über Verbund.

#### 3.3.1 Übertragung der Vorspannung

Grundsätzlich ist zwischen dem Verbundverhalten von Litzen und gerippten Drähten zu unterscheiden. Bei gerippten Drähten wird ein hoher Scherverbund aufgrund der Profilierung der Oberfläche wirksam. Der Scherverbund trägt wesentlich zur Kraftübertragung bei und ist auf die mechanische Verzahnung der Stahlrippen mit dem Beton zurückzuführen. Tritt eine Relativverschiebung zwischen Spannstahl und Beton auf, bilden sich Druckstreben, die sich gegen die Rippen abstützen (Bild 11 a).

Im Gegensatz dazu erfolgt die Verbundkraftübertragung von Litzen aufgrund der glatten Oberfläche zu einem großen Anteil durch Reibung, die infolge von Querpressungen zwischen Spannstahl und Beton vergrößert wird (Bild 11 b).

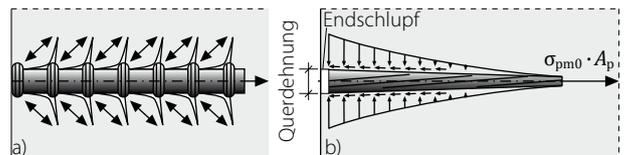


Bild 11. Verbundverhalten nach [16]  
a) gerippten Drähten  
b) Litzen

Die Querpressungen resultieren im Wesentlichen aus dem sogenannten Hoyer-Effekt, ein geringer Anteil kommt aus dem Fröhschwinden des Betons. Infolge der Längsdehnung beim Vorspannen verringert sich der Spannstahldurchmesser entsprechend der Querdehnzahl.

Bei der Spannkrafteinleitung verkürzt sich der Spannstahl wieder und dehnt sich in Querrichtung aus. Querpressungen in der Kontaktfläche entstehen nun durch die Querbehinderung des umgebenden Betons. Diese erzeugen zusätzliche Reibungsanteile, die der Verschiebung des Spannstahls entgegenwirken.

#### 3.3.2 Verbundverhalten von Litzen / Tragverhalten

In [16] und [17] wurde das Verbundverhalten von Litzen wissenschaftlich näher untersucht. Auszugsweise wird das Verbundverhalten von Litzen aus den Erkenntnissen von [16] und [17] kurz vorgestellt.

Die Verbundmechanismen können durch drei Traganteile (Bild 12) beschrieben werden:

- einen konstanten Grundtraganteil der Verbundfestigkeit,
- einen spannungsabhängigen Anteil (Hoyer-Effekt), d.h. Reibungsverbund infolge Litzenquerdehnung und
- einen schlupfabhängigen Reibungsanteil, der vor allem durch geringe Querschnittstoleranzen der Litze hervorgerufen wird.

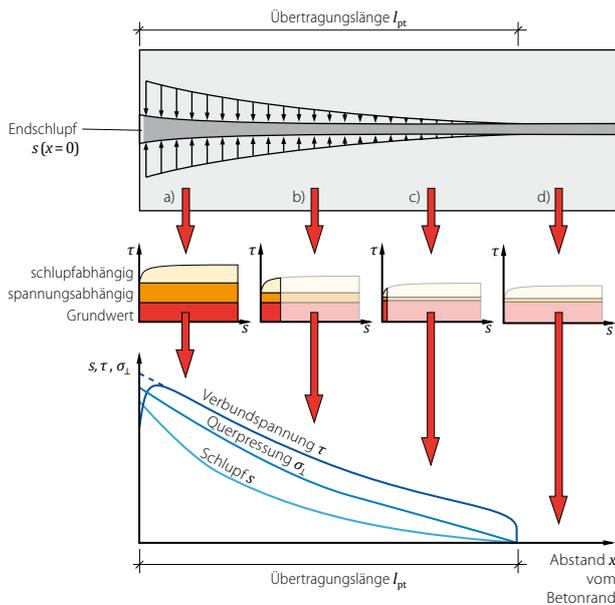


Bild 12. Verbundkraftübertragung von Litzen mit sofortigem Verbund nach [16]

Entlang der Übertragungslänge sind  $l_{pt}$  die Verbundspannungen nicht konstant wie dies nach DIN EN 1991-1-1 vereinfachend angenommen werden darf. Die Litzenkraft wird während des Ablassens der Vorspannung im Spannbett auf den Beton übertragen. Die Größe der Verbundfestigkeit wird entscheidend von der Querdehnung der Litze bestimmt. Sowohl die Querdehnung als auch der Schlupf sind abhängig von der Entfernung zum Bauteilende (Litzenende). Zur Erläuterung werden entsprechend Bild 12 vier Punkte betrachtet:

- Randbereich:** Die Spannungs- und Dehnungsdifferenz sowie der Schlupf  $s$  sind hier maximal. Die Verbundfestigkeit erreicht dort infolge der hohen Querverdrängung und des großen Schlupfes ihren Höchstwert.
- Mittelbereich:** Die Vorspannung ist schon teilweise vom Spannstahl auf den Beton übertragen worden. Folglich treten dort entsprechend geringere Querverdrängungen und ein kleinerer Schlupf auf. Als Folge davon werden der spannungs- und der schlupfabhängige Anteil der Verbundfestigkeit nur noch zum Teil aktiviert.
- Endbereich:** Am Ende der Übertragungslänge wird nur noch sehr wenig Kraft übertragen. Die Querverdrängungen und somit der spannungsabhängige Teil der Verbundfestigkeit sind minimal. Darüber hinaus ist auch nur noch ein kleiner schlupfabhängiger Teil der Verbundfestigkeit wirksam.
- Bereich außerhalb der Übertragungslänge:** In diesem Bereich liegt ein Gleichgewicht ohne weitere Kraftübertragung zwischen Spannstahl und Beton vor. Da in diesem Bereich keine Relativverschiebung zwischen Spannstahl und Beton auftritt, wird dort keine Verbundfestigkeit des Spannstahls aktiviert.

Die Kräfte müssen sich nach der Übertragung der Vorspannung über den Betonquerschnitt ausbreiten. Bild 13 zeigt prinzipiell den Kraftverlauf im Spannkrafteinleitungsbereich von Litzen. Auf eine detaillierte Erläuterung wird an dieser Stelle verzichtet und auf die Literatur verwiesen.

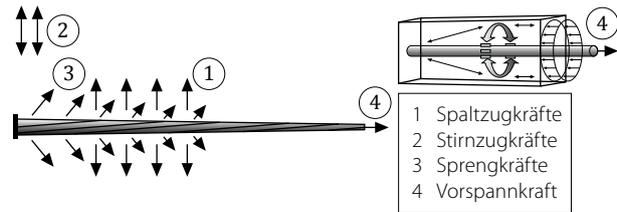


Bild 13. Kräfte im Spannkrafteinleitungsbereich von Litzen nach [16]

### 3.4 Normative Regeln zur Kräfteinleitung über Verbund

Aus der Biegebemessung ergibt sich in der Regel die erforderliche Anzahl der Litzen. Für den Übertragungsbereich der Vorspannung sind konstruktive Regeln zu beachten, damit eine rissfreie Übertragung der Vorspannung sichergestellt ist. Für den Nachweis der Zugkraftdeckung und der Betondruckspannungen nach dem Ablassen sowie für die Ermittlung der erforderlichen Spaltzugbewehrung ist die Berechnung der Übertragungs- und Verankerungslängen erforderlich.

Bei Spanngliedern mit sofortigem Verbund ist nach DIN EN 1992-1-1 zu unterscheiden zwischen:

- der Übertragungslänge  $l_{pt}$ , innerhalb derer die Spannkraft  $P_{max}$  eines Spanngliedes vollständig auf den Beton übertragen wird,
- der Eintragungslänge  $l_{disp}$ , innerhalb derer die Betonspannung allmählich in eine lineare Verteilung über den Betonquerschnitt übergeht, und
- der Verankerungslänge  $l_{bpd}$ , innerhalb derer die maximale Spanngliedkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit vollständig vom Beton verankert wird.

Die Bestimmungsgleichungen der oben genannten Längen sind in DIN EN 1992-1-1 im Abschnitt 8.10.2 angegeben. Die Gleichungen werden nachfolgend angegeben. Zur näheren Erläuterung wird auf EC 2 verwiesen.

Die Übertragungslänge bestimmt sich zu:

$$l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{\sigma_{pmo}}{f_{bpt}} \quad (44)$$

mit

- |                |   |
|----------------|---|
| $\alpha_1$     | = 1.00 für das schrittweise Absetzen der Spannkraft       |
| $\alpha_1$     | = 1.25 für das plötzliche Absetzen der Spannkraft,        |
| $\alpha_2$     | = 0.25 für Spannstahl mit runden Querschnitten,           |
| $\alpha_2$     | = 0.19 für Litzen mit 3 und 7 Drähten                     |
| $\phi$         | Nenn Durchmesser des Spannstahls                          |
| $\sigma_{pmo}$ | Spannstahlspannung direkt vor dem Absetzen der Spannkraft |

Die Eintragungslänge  $l_{disp}$  darf für Rechteckquerschnitte mit Spanngliedern nahe der Unterseite des Querschnitts nach Gleichung (45) berechnet werden zu:

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d^2} \quad (45)$$

Die Gesamtverankerungslänge zur Verankerung eines Spanngliedes mit der Spannung  $\sigma_{pd}$  beträgt:

$$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \varnothing \cdot \frac{(\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty})}{f_{bpd}} \quad (46)$$

mit

$l_{pt2}$	oberer Bemessungswert der Übertragungslänge
$\sigma_{pd}$	Spannung im Spannstahl infolge der zu verankernden Kraft
$\sigma_{pm\infty}$	Vorspannung abzüglich der Spannkraftverluste

#### 4 Nachweis der Kippstabilität

Wirtschaftlich bemessene Spannbettbinder sind meist schlanke Träger mit hoher Vorspannung. Für solche Träger ist das Stabilitätsproblem „Kippen infolge seitlichen Ausweiches des Druckgurtes verbunden mit einer Drehung um die Längsachse“ nachzuweisen. Am zutreffendsten ist dieses Stabilitätsverhalten als verformungsbeeinflusstes Traglastproblem nach Theorie II. Ordnung zu behandeln. Zur Nachweisführung ist in der Literatur ein entsprechendes Verfahren nach König und Pauli [14] angegeben, dessen Grundlagen nachfolgend erläutert werden.

##### 4.1 Stand der Normung und Abgrenzung kippgefährdeter Träger

Zur Abgrenzung, ab wann die Kippsicherheit nachzuweisen ist, sind im Abschnitt 5.9 der DIN EN 1992-1-1 Fälle angegeben, bei denen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung auf das seitliche Ausweichen vernachlässigt werden darf. Auf den Kippnachweis darf verzichtet werden, wenn:

In der ständigen Bemessungssituation gilt:

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{50}{\sqrt[3]{h/b}} \text{ und } h/b \leq 2.5 \quad (47)$$

In der vorübergehenden Bemessungssituation gilt:

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{70}{\sqrt[3]{h/b}} \text{ und } h/b \leq 3.5 \quad (48)$$

mit

$l_{0t}$	Länge des Druckgurtes zwischen seitlichen Abstützungen
$h$	Gesamthöhe des Trägers im mittleren Bereich von $l_{0t}$
$b$	Breite des Druckgurtes

Sofern keine genaueren Angaben vorliegen, ist die Auflagerkonstruktion so zu bemessen, dass sie mindestens ein Torsionsmoment  $T_{Ed} = V_{Ed} \cdot l_{eff}/300$  aus dem Träger aufnehmen kann. Dabei ist  $l_{eff}$  die effektive Stützweite des Trägers und  $V_{Ed}$  der Bemessungswert der Auflagerkraft rechtwinklig zur Trägerachse.

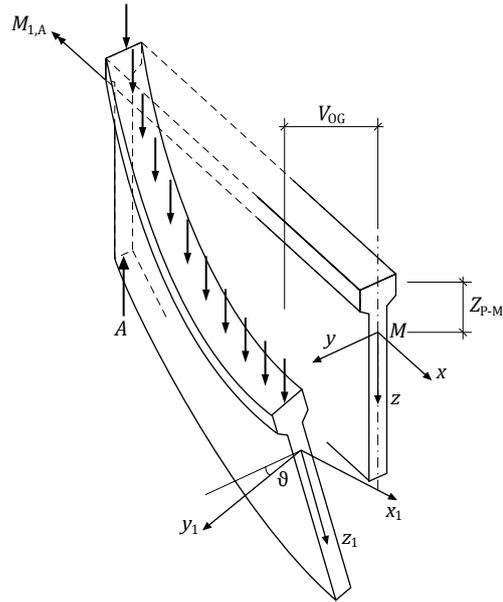


Bild 14. Stabilitätsproblem Kippen

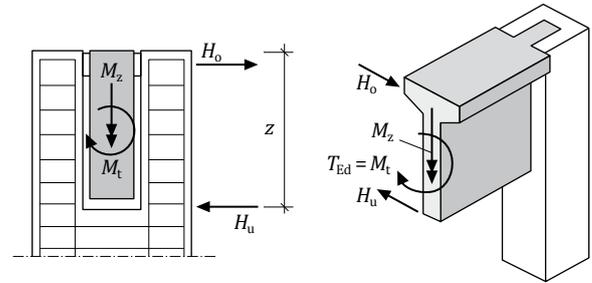


Bild 15. Prinzip eines Gabellagers

##### 4.2 Nachweisverfahren / Konzept

Die Nachweisführung nach EC 2 beruht auf dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept mit getrennten Teilsicherheitsbeiwerten für die Last- und Materialseite. Der Standsicherheitsnachweis ist am verformten System unter  $\gamma$ -fachen Lasten durchzuführen. Auf der Materialseite sind Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_F$  zu berücksichtigen.

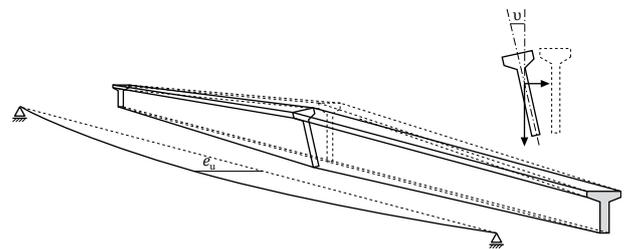


Bild 16. Prinzipieller Ansatz der ungewollten Ausmitten

Darüber hinaus sind ungewollte Ausmitten anzusetzen. Unter diesen Beanspruchungen wird der Träger auf zweiachsige Biegung und Torsion beansprucht und ist dafür entsprechend nachzuweisen. Die Auswirkungen auf angrenzende Bauteile (z.B. Beanspruchung der Gabel – siehe Bild 15) sind zu verfolgen.

#### 4.2.1 Teilsicherheitsbeiwerte gemäß EC 2

Nach DIN EN 1992-1-1 sind nachfolgende Teilsicherheitsbeiwerte bei der Nachweisführung zu berücksichtigen:

Teilsicherheitsbeiwerte auf der Lastseite

- $\gamma_G = 1.35$  für ständige Lasten
- $\gamma_Q = 1.50$  für veränderliche Lasten
- $\gamma_P = 0.90$  bzw.  $1.20$  für Vorspannung

Teilsicherheitsbeiwerte auf der Materialseite

- $\gamma_c = 1.50$  für Beton
- $\gamma_s = 1.15$  für Beton- bzw. Spannstahl

Teilsicherheitsbeiwerte bei Verformungsberechnung

- $\gamma_c = 1.20$  für Beton
- $\gamma_s = 1.00$  für Beton- bzw. Spannstahl

#### 4.2.2 Werkstoffgesetze

Die Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für die Verformungsberechnungen ist in Bild 17 dargestellt (entspricht Bild 3.2 aus [1])

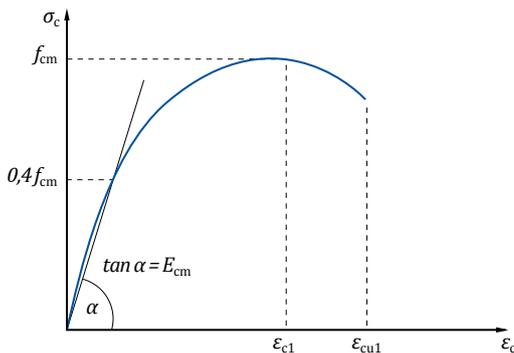


Bild 17. Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für nichtlineare Verfahren nach [1]

#### 4.2.3 Ansatz der Vorverformungen

Eine Nachweisführung nach Theorie II. Ordnung erfordert die Berücksichtigung von ungewollten Imperfektionen. Nach [14] ist beim Kippnachweis sowohl eine ungewollte Ausmitte  $e_u$  als auch eine Querschnitts-Schiefstellung  $\vartheta_u$  anzusetzen. Dabei kann die Querschnitts-Schiefstellung als konstante Verdrehung über die Trägerlänge oder affin zur ersten Eigenform berücksichtigt werden. König und Pauli [14] empfehlen den Ansatz nachfolgender Werte:

- $\max e_u = l/500$  Verlauf gemäß Eigenform
- $\vartheta_u = 0.50 \%$  bei konstantem Verlauf
- $\max \vartheta_u = 0.75 \%$  bei Verlauf gemäß Eigenform

Kriechverformungen sind zusätzlich zu berücksichtigen. Die Ermittlung der Kriechverformungen darf unter 1.0-fache Dauerlast erfolgen. Als Alternative zum Ansatz geben die Autoren [14] an, auf die Kriechverformungen zu verzichten, aber stattdessen die Vorverformungen um den Faktor 2 zu vergrößern. Sofern die Kriechverformungen durch konstruktive Maßnahmen (z.B. seitliche Halterung des Obergurts) verhindert werden, werden die oben genannten Imperfektionen als ausreichend betrachtet.

#### 4.2.4 Ansatz der Steifigkeiten

Sowohl die Biege- als auch die Torsionssteifigkeit sind unter  $\gamma$ -facher Belastung im Zustand II zu berechnen. Nach [14] darf die Biegesteifigkeit um die schwache Achse näherungsweise an der Druckzone, die sich infolge einachsiger Biegung um die starke Achse einstellt, bestimmt werden. Mit den sich ergebenden Schnittgrößen für zweiachsige Biegung ist diese Näherung jedoch zu überprüfen und gegebenenfalls eine Neuberechnung mit verbesserten Steifigkeiten durchzuführen. Die Torsionssteifigkeit darf ebenfalls am überdrückten Querschnitt, der sich infolge einachsiger Biegung einstellt, bestimmt werden. Der Schubmodul ist hierbei mit  $G = 0.40 \cdot E_{cm,D}$  zu berücksichtigen.

Zur Verstärkung unseres Teams suchen wir zum nächstmöglichen Zeitpunkt eine/n engagierte/n Mitarbeiter/in für die Bereiche:

## Entwicklung, Qualitätssicherung, Vertrieb / Consulting, Hotline



Freuen Sie sich auf ein spannendes Aufgabengebiet in einem aufstrebenden, innovativen Unternehmen. Es erwartet Sie ein offenes, von Teamgeist und Erfolgsorientierung geprägtes Arbeitsklima sowie ein auf langfristige Zusammenarbeit angelegter Arbeitsplatz mit attraktiven Konditionen.

Auch als Berufseinsteiger sind Sie bei uns willkommen.

Weitere Informationen finden Sie unter [www.mbaec.de/karriere](http://www.mbaec.de/karriere)



Ihre aussagekräftigen Bewerbungsunterlagen unter Angabe Ihrer Gehaltsvorstellung sowie eines möglichen Eintrittstermins richten Sie bitte an:  
mb AEC Software GmbH · Personalabteilung · Europaallee 14 · 67657 Kaiserslautern · [personal@mbaec.de](mailto:personal@mbaec.de)

An dieser Stelle empfiehlt der Autor jedoch die Steifigkeit unter zweiachsiger Biegung sofort numerisch zu ermitteln und zwar unter Berücksichtigung der angeordneten Stahlbeton- bzw. Spannbetonbewehrung. Dies ist mit einem leistungsfähigen Programm problemlos möglich, bildet die Steifigkeit wirklichkeitsnah ab und erfordert keine iterative Neuberechnung mit verbesserten Steifigkeiten. Der große Vorteil eines solchen Verfahrens liegt in der möglichst genauen Ermittlung der Steifigkeit unter zweiachsiger Biegung, bei dem die Steifigkeit durch eine gezielte Bewehrungsanordnung beeinflusst werden kann (z.B. Anordnung von Bewehrungsstäben in den Eckbereichen des Obergurts).

### 4.3 Nachweisverfahren

Das von König und Pauli vorgeschlagene Nachweisverfahren führt eine Gleichgewichtsbetrachtung am verformten System nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von Imperfektionen durch. Grundlagen des Verfahrens sind:

- Spannungs-Dehnungs-Linien für nichtlineare Berechnungen nach EC 2
- Nichtberücksichtigung von Betonzugspannungen
- $\gamma$ -fache Belastungen am verformten System
- Vorgabe von Vorverformungen
- Bemessung mit Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung

Der Grundgedanke des Nachweisverfahrens besteht darin, am verformten System einen möglichen Gleichgewichtszustand nachzuweisen. Wird unter Berücksichtigung der oben genannten Grundlagen ein Gleichgewichtszustand gefunden, ist die Systemstabilität gewährleistet und damit der Nachweis der Kippsicherheit nachgewiesen.

Maßgebend für die Nachweisführung ist der Grenzzustand der Tragfähigkeit. Infolge der Belastung und der anzusetzenden Imperfektionen wird der Querschnitt auf zweiachsige Biegung und Torsion beansprucht.

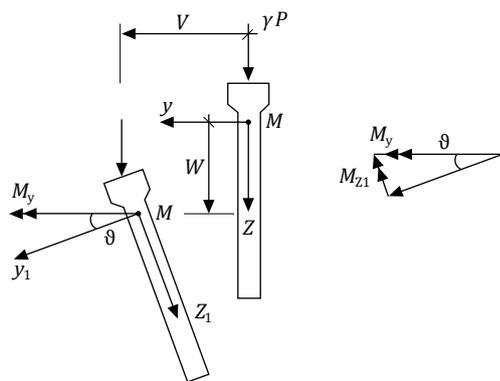


Bild 18. Verformte Lage des Querschnitts an der Stelle x mit Beanspruchung infolge zweiachsiger Biegung

In einer ersten Betrachtung wird der Grenzzustand der Biegetragfähigkeit unter zweiachsiger Biegung bestimmt. Für einen gegebenen Querschnitt kann die Kurve der Grenztragfähigkeit (blau) unter zweiachsige Biegung entsprechend Bild 19 bestimmt werden.

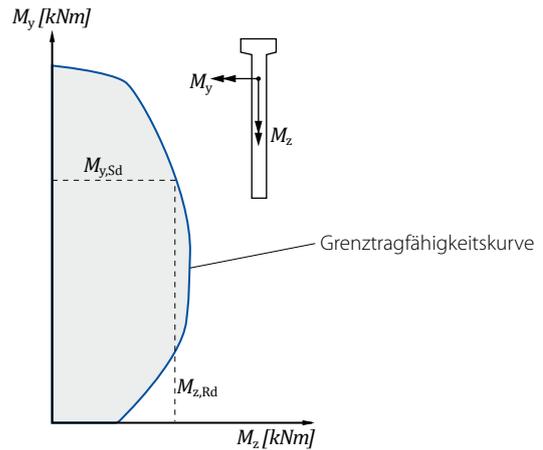


Bild 19. Grenztragfähigkeit für zweiachsige Biegung

Eine ausreichende Tragfähigkeit ist für alle Beanspruchungen  $M_y/M_z$  innerhalb der Querschnitts-Tragfähigkeitsgrenzlinie (blau) gewährleistet (grau hinterlegter Bereich).

Die zweite Betrachtung berücksichtigt die Torsion. Nach [14] beruht die Abschätzung des größten aufnehmbaren Torsionsmomentes auf folgenden Überlegungen: Das Überschreiten des Torsionsrissmomentes im Auflagerbereich hat einen erheblichen Steifigkeitsabfall zur Folge. Die Steifigkeit fällt auf ca. 5 – 10 % der Steifigkeit im Zustand I ab.

Als Grenzbetrachtung stellt sich ein Fließgelenk ein. Ein solcher Zustand würde zum Versagen führen. Als Konsequenz müsste der Querschnitt dann auch auf Torsion bemessen und konstruktiv entsprechend durchgebildet werden.

Für die Praxis ist diese Vorgehensweise jedoch nicht üblich. Es ist vielmehr ein Gleichgewichtszustand nachzuweisen, der ohne zusätzliche Torsionsbewehrung auskommt. Daraus resultiert die Forderung, dass das Torsionsrissmoment im Auflagerbereich nicht zu überschreiten ist. Diesem Grenzzustand ist eine größte mögliche Grenzverdrehung mögl.  $\vartheta_T$  zugeordnet. Diese Grenzverdrehung ist zu berechnen und bei der Nachweisführung einzuhalten.

Das Torsionsrissmoment kann mit der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  und dem Torsionswiderstandsmoment  $W_t$  berechnet werden zu:

$$M_{t,R} = T_{Ed,R} = f_{ctm} \cdot W_t \tag{49}$$

Eine ausreichende Kippsicherheit lässt sich mit diesem Nachweisverfahren unter Einhaltung des Torsionsrissmomentes und der zweiachsigen Biegetragfähigkeit nachweisen. Dabei kann die Tragfähigkeit durch die gezielte Anordnung von Stahlbetonbewehrung zur Erhöhung der Steifigkeit genutzt werden.

## 5 Montagezustand / Transportzustand

Die Tragfähigkeit und die Kippsicherheit sind auch für den Montagezustand sowie den Transportzustand nachzuweisen.

### Montagezustand

Das zuvor beschriebene Verfahren von König und Pauli geht von einer Gabellagerung an den Trägerenden aus. Da bei Montagezuständen nicht immer eine torsionssteife Trägerauflagerung vorhanden ist (z.B. Heben, siehe Bild 20) kann das zuvor beschriebene Verfahren hierfür nicht verwendet werden. Für Montagezustände ist in der Literatur ein entsprechendes Verfahren, das Verfahren nach LEBELLE, beschrieben.

Auf die Erläuterung der Nachweisführung im Montagezustand wird im Rahmen dieses Artikels jedoch nicht näher eingegangen, sondern auf die weiterführende Literatur [18] verwiesen.

Für den Montagezustand und den Transportzustand sind die Situationen mit dem jeweils daraus abgeleiteten idealisierten System in den Bildern 20 und 21 prinzipiell dargestellt.

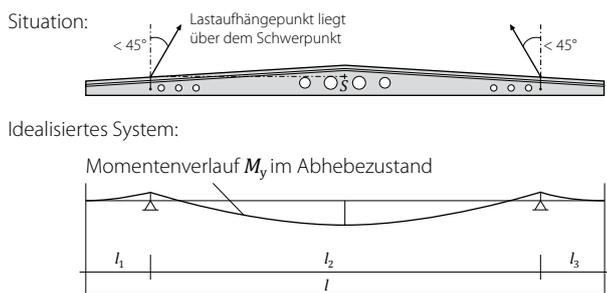


Bild 20. Prinzipielle Situationsdarstellung mit dem abgeleiteten idealisierten System im Montagezustand

### Transportzustand

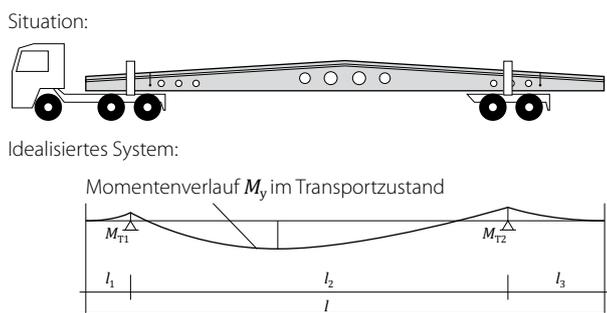


Bild 21. Prinzipielle Situationsdarstellung mit dem abgeleiteten idealisierten System im Transportzustand

Dr.-Ing. Joachim Kretz  
mb AEC Software GmbH  
mb-news@mbaec.de

## Literatur

- [1] DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [2] DIN EN 1992-1-1/NA: 2011-01, Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [3] DIN EN 1992-1-2:2010-12, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-2: Allgemeine Regeln - Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [4] DIN EN 1992-2/NA: 2010-12, Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-2: Allgemeine Regeln - Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [5] DIN EN 1992-2:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.
- [6] DIN EN 1992-2/NA: 2013-04, Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln.
- [7] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 u. DIN EN 1992-1-1/NA, Beuth Verlag 2012
- [8] Graubner, C.-A.; Six, M.; Zeier, J.: Spannbeton. In Stahlbetonbau aktuell, Praxishandbuch 2015, Bauwerk Beuth Verlag 2015.
- [9] Avak, R.; Meiss, K.: Spannbetonbau: Theorie, Praxis, Berechnungsbeispiele nach Eurocode 2. 3. Auflage, Beuth Verlag 2015.
- [10] Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K.: Kommentar Eurocode 2 für Deutschland. Ernst & Sohn, Beuth, 2012.
- [11] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V.: Beispiele zur Bemessung nach Eurocode 2, Band 1 - Hochbau. Ernst & Sohn Verlag, 2011.
- [12] Geißler, K.: Handbuch Brückenbau. Entwurf, Konstruktion, Berechnung, Bewertung und Ertüchtigung. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2014.
- [13] Holst, R.; Holst, K.-H.: Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton. Entwurf, Konstruktion u. Berechnung. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2013.
- [14] König, G.; Pauli, W.: Nachweis der Kippstabilität von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. In Beton- und Stahlbetonbau 87 (1992), Heft 5, Ernst & Sohn Verlag, 1992.
- [15] Kretz, J.: Spannbetonbau - Spannbettbinder. Teil 1: Grundlagen zum Spannbetonbau nach EC 2. In mb-news Mai 02/15.
- [16] Bertram, G.: Zum Verbund- und Querkraftverhalten von Spannbetonträgern aus ultra-hochfestem Beton. Dissertation 2012, RWTH Aachen.
- [17] Roggendorf, T.: Zum Tragverhalten von Spannbeton-Fertigdecken bei biegeweicher Lagerung. Dissertation 2010, RWTH Aachen.
- [18] Deneke, O.; Holz, K.; Litzner, H.-J.: Übersicht über praktische Verfahren zum Nachweis der Kippsicherheit schlanker Stahlbeton- u. Spannbetonträger. In Beton- und Stahlbetonbau, Heft 9, 1985.